

Le Frazioni

La frazione è un operatore che opera su una qualsiasi grandezza e che dà come risultato una grandezza omogenea a quella data.

Esempio:

se un segmento AB è stato diviso in tre parti e se ne prendono due, si dice che si considerano i due terzi del segmento.

Una frazione è formata da un **numeratore** e da un **denominatore**, divisi da una linea detta **linea di frazione**.

Una frazione divide una grandezza in tante parti quanto è indicato dal denominatore e ne prende tante quante è indicato dal numeratore.

Le frazioni equivalenti

Due frazioni sono equivalenti quando applicate alla stessa grandezza danno lo stesso risultato.

Una frazione può essere trasformata in un'altra equivalente moltiplicando o dividendo il numeratore e il denominatore per uno stesso numero diverso da zero. Questa proprietà è detta **proprietà invariante delle frazioni**.

La semplificazione di una frazione

Per semplificare una frazione si dividono il numeratore e il denominatore per un divisore comune.

Una frazione si dice **ridotta ai minimi termini** quando il numeratore e il denominatore sono primi tra loro.

Una frazione per essere ridotta ai minimi termini deve essere semplificata per il M.C.D. tra il numeratore e il denominatore.

Tipi di frazione

Ci sono tre tipi di frazioni:

- **Frazioni proprie:** il numeratore è minore del denominatore (quindi la frazione è <1)
- **Frazioni improprie:** il numeratore è maggiore del denominatore (la frazione risulta >1)
- **Frazioni apparenti:** il numeratore è multiplo del denominatore (quindi la frazione è uguale a un numero intero)

TRASFORMAZIONE DI PIU' FRAZIONI IN FRAZIONI EQUIVALENTI AVENTI LO STESSO DENOMINATORE

Per trasformare due o più frazioni in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore, si deve scegliere come denominatore comune il m.c.m. tra i denominatori delle frazioni. Si deve poi dividere il nuovo denominatore per il vecchio denominatore e moltiplicare il risultato ottenuto per il vecchio numeratore, ottenendo così il nuovo numeratore.

La trasformazione serve per le operazioni e per il confronto di frazioni.

Addizione di frazioni

1) Addizione di frazioni con stesso denominatore:

Si sommano i numeratori e si conservano i denominatori

2) Addizione di frazioni con denominatori diversi:

Si applica la trasformazione di più frazioni in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore e poi si somma come nel caso 1.

3) Addizione di un numero intero con una frazione:

Si deve moltiplicare il numero intero per il denominatore della frazione; poi bisogna sommare il risultato ottenuto con numeratore nella frazione, ottenendo così il nuovo numeratore; il nuovo denominatore sarà invece quello della frazione.

Sottrazione di frazioni

1) Sottrazione di frazioni con stesso denominatore:

Si sottraggono i numeratori e si conservano i denominatori

2) Sottrazione di frazioni con denominatori diversi:

Si applica la trasformazione di più frazioni in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore e poi si sottrae come nel caso 1.

3) Sottrazione di un numero intero con una frazione:

Si deve moltiplicare il numero intero per il denominatore della frazione; poi bisogna sottrarre al risultato ottenuto il numeratore nella frazione, ottenendo così il nuovo numeratore; il nuovo denominatore sarà invece quello della frazione.

Moltiplicazione di frazioni

Per moltiplicare due o più frazioni si moltiplicano tra loro i numeratori e i denominatori.

Se è possibile, si possono semplificare le frazioni a croce prima di eseguire la moltiplicazione.

Divisione di frazioni

Per dividere due frazioni, si moltiplica la prima per l'inversa della seconda.

Dopo aver invertito, si può semplificare come nella moltiplicazione .

Elevamento a potenza

Per eseguire tale operazione è necessario elevare a potenza sia il numeratore che il denominatore.

NOTE SULLE FRAZIONI

E' buona norma tener presenti le seguenti note:

Se $n \neq 0$ allora
indeterminato

$0 : n = 0$

$n : 0$ è impossibile

$0 : 0$ è

Espressioni con le frazioni

1. $\frac{17}{3} \cdot \frac{1}{17} + 7 \cdot \frac{1}{14} =$

2. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \cdot \left(2 - \frac{3}{4}\right) =$

3. $\frac{3}{4} - \left(\frac{4}{3} + \frac{5}{2}\right) \cdot \frac{9}{46} =$

4. $\frac{5}{3} - \left(\frac{7}{2} - \frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right) =$

5. $\left(3 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{7}\right) + \frac{1}{3} =$

6. $\frac{1}{8} + \left(\frac{3}{14} + \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{7}{12} =$

7. $\left(\frac{6}{7} - \frac{24}{35}\right) \div \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{28}\right) \cdot \frac{5}{2} =$

8. $\frac{5}{11} \cdot \left[1 + \left(1 - \frac{1}{12} \cdot \frac{21}{5}\right) \cdot \frac{8}{10}\right] - \frac{1}{2} =$

9. $1 - \left[\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3} \div \frac{4}{3}\right) \cdot \frac{10}{3} - 2\right] \div \left(1 + \frac{2}{3}\right) =$

10. $\left[\frac{16}{15} \cdot \frac{45}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{4}{3}\right] \cdot \frac{2}{7} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) =$

11. $\frac{38}{6} \cdot \left(1 - \frac{1}{19}\right) - \left[\left(\frac{5}{4} + \frac{10}{3}\right) \cdot \frac{3}{20} - \frac{21}{20} \cdot \frac{5}{28}\right] \div \frac{1}{3} =$

12. $\left\{4 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{4}\right) - \left[\left(\frac{5}{3} + \frac{2}{5} - 2\right) + \frac{3}{5}\right]\right\} \div \frac{1}{3} =$

13. $\left(\frac{16}{5} - \frac{13}{15} - \frac{5}{4}\right) \div \frac{3}{16} - \frac{20}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{19}{20} - \frac{7}{10}\right) =$

14. $\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{14}\right) \div \left[\left(\frac{1}{5} \div \frac{7}{3} + \frac{1}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{8}\right)\right] =$

15. $\left\{\left[\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{8}{7} + \left(1 - \frac{1}{2}\right)\right] \div \frac{3}{5}\right\} \div \left(1 + \frac{1}{2}\right) + 2 =$

16. $\left[\left(\frac{2}{4} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{2}{6} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right)\right] \div \frac{6}{20} + 1 =$

17. $\left[\left(5 - \frac{3}{7}\right) \cdot 5 - \left(\frac{32}{7} - 4\right) \div \frac{1}{5}\right] \div \frac{5}{4} + \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{10}{3} =$

$$18. \left\{ \left[\frac{5}{7} + \frac{11}{6} \div \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \right) \right] \times \frac{21}{19} - \left(\frac{1}{6} + \frac{7}{12} \right) \times \frac{4}{5} \right\} \div 3 - \frac{1}{2} =$$

$$19. \left[\left(\frac{15}{25} - \frac{2}{6} \right) \cdot \frac{9}{12} + \left(\frac{4}{15} - \frac{11}{45} \right) \cdot \frac{10}{2} \right] \div \frac{7}{9} =$$

$$20. \left[\left(\frac{9}{12} + \frac{10}{4} \right) \div \frac{26}{4} + \left(\frac{10}{8} - \frac{21}{18} \right) \div \frac{10}{12} \right] \cdot \left[\left(\frac{9}{15} + \frac{4}{2} - \frac{5}{3} \right) \div \frac{35}{45} \right] =$$

$$21. \left(1 - \frac{5}{7} \right) \cdot \left[\left(3 - \frac{6}{7} - \frac{5}{14} \right) \div \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} - \frac{3}{7} \right) - \frac{5}{12} \right] =$$

$$22. \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{7} \right) \div \left(\frac{10}{12} + \frac{4}{9} - 1 \right) \right] \div \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{7} \right) \div \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) \div \frac{1}{5} \right] \right\} - \frac{1}{2} =$$

$$23. \left[\left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{8} \right] \div \left\{ \left[\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{6} - \frac{5}{14} \right) \cdot \left(5 + \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{2} \right] - \frac{1}{4} \right\} + \frac{1}{2} =$$

$$24. \left(3 + \frac{6}{8} - \frac{14}{7} \right) \cdot \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) - \frac{1}{24} =$$

$$25. \frac{21}{26} \div \frac{7}{13} + 3 \cdot \frac{5}{6} + \left(1 - \frac{3}{4} \right) - \left(1 - \frac{9}{28} \right) =$$

$$26. \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{3}{34} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{3}{2} - \left(1 - \frac{3}{4} \right) \cdot \frac{1}{3} \right] \div \frac{3}{2} + \frac{5}{7} \div \left(1 + \frac{2}{7} \right) - \frac{1}{3} =$$

$$27. \left[\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{2}{3} \right] \div \left(3 + \frac{1}{3} \right) + \left(1 + \frac{1}{3} \right) \div 8 =$$

$$28. 5 + \left(1 - \frac{3}{5} \right) \cdot \left(3 + \frac{1}{3} \right) - \frac{4}{3} : \left(1 + \frac{1}{3} \right) + \frac{14}{5} \cdot \frac{1}{7} - 3 : \left(2 + \frac{4}{3} \right) =$$

$$29. \left\{ \frac{1}{7} \cdot \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \right) \cdot \left(1 + \frac{5}{19} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \right] + \frac{4}{5} \div 2 \right\} \cdot \frac{15}{28} =$$

$$30. \left\{ \left[\frac{4}{7} + \frac{16}{15} \cdot \left(\frac{5}{56} + \frac{5}{28} \div \frac{5}{2} + \frac{1}{4} \right) \right] \div \frac{4}{7} - \frac{5}{12} \right\} \div \frac{13}{36} - \frac{15}{28} \div \frac{5}{28} =$$

$$31. \left\{ \frac{5}{6} - \left[\frac{2}{3} + \left(\frac{3}{4} - \frac{4}{9} \right) - \left(1 - \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{4} \right) \right] + \frac{2}{3} \div \frac{8}{9} \right\} \cdot \frac{36}{37} =$$

$$32. \left[\left(\frac{23}{4} - \frac{31}{8} \right) \div \left(\frac{29}{6} - \frac{11}{3} \right) - \left(\frac{4}{7} + \frac{5}{4} \right) \cdot \frac{7}{17} \right] \cdot \frac{49}{36} - \left(\frac{3}{12} - \frac{1}{6} \right) =$$

$$33. \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{37}{60} + \frac{4}{15} \right) \div \left(\frac{21}{10} - \frac{37}{20} \right) - \frac{25}{2} \cdot \left(\frac{9}{10} - \frac{3}{25} - \frac{3}{4} \right) \right] \cdot \frac{10}{23} - \frac{9}{4} =$$

$$34. \left\{ \frac{8}{5} + \left[\frac{8}{7} - \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5} \right) \cdot \frac{15}{22} \right] \cdot \frac{7}{3} \right\} \div \frac{29}{15} =$$

$$35. \frac{2}{3} + \frac{4}{33} \cdot \left\{ \left[\frac{5}{73} \cdot \left(\frac{28}{5} - \frac{1}{8} \right) - \left(\frac{2}{15} + \frac{4}{9} - \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{9}{22} \right] \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{1}{8} \div \frac{1}{4} + \frac{8}{3} - \frac{7}{30} \right) \right\} =$$

$$36. \left\{ \left[\frac{7}{5} \cdot \left(\frac{3}{5} \div \frac{7}{5} + 1 \right) \cdot \frac{10}{2} \right] \div \frac{5}{2} + \frac{1}{4} \right\} \div \frac{17}{5} =$$

$$37. 2 + \left[\left(\frac{8}{5} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{4}{3} - 1 \right) \right] \div \frac{26}{5} =$$

PROBLEMI SULLE FRAZIONI

- 1) Su 500 bambini intervistati in una città i $\frac{3}{10}$ hanno detto di essere costretti a giocare sempre in casa, i $\frac{2}{5}$ nei cortili e i $\frac{3}{25}$ in terreni aperti. I rimanenti giocano nei parchi e nei giardini pubblici. Quanti sono questi ultimi?
- 2) In un frutteto sono stati raccolti 136 kg di mele corrispondenti ai $\frac{2}{7}$ dell'intero raccolto. Se tutto il raccolto viene messo in cassette che contengono 14 kg di mele ciascuna, quante cassette vengono riempite?
- 3) $\frac{2}{7}$ dei giocattoli che ci sono in un negozio sono meccanici; si tratta di 20 macchinine, 12 soldatini, 18 piccole moto, 15 robot e 5 bambole. Quanti sono i giocattoli non meccanici?
- 4) Un automobilista deve percorrere un tragitto di 2400 km. Il primo giorno ne percorre i $\frac{5}{24}$ e il secondo $\frac{1}{6}$. Quanti chilometri ha percorso il primo e il secondo giorno? Quanti ne restano da percorrere?

