i grandi della scienza
n. 2, aprile 1998

# NEWTON: un filosofo della natura e il sistema del mondo

i grandi della scienza
n. 2, aprile 1998

**i grandi della scienza**
*direttore* Enrico Bellone

**NEWTON: un filosofo della natura e il sistema del mondo**
*di* Niccolò Guicciardini

*Progetto grafico*
Marco Cattaneo
*Redazione*
Massimo Scaglione
*Impaginazione*
Alessia Bernardelli
*Revisione bozze*
Carlo Marcandalli


Piazza della Repubblica 8, 20121 MILANO
Printed in Italy - aprile 1998.

Direttore Responsabile: Carlo Caracciolo;
Registrazione del Tribunale di Milano
n. 39 del 24 gennaio 1998.



**LE SCIENZE**
*edizione italiana di* SCIENTIFIC AMERICAN

Piazza della Repubblica, 8 - 20121 MILANO
Telefono: (02) 29001753 r.a. Fax: 6552908
*Direttore*
Enrico Bellone
*Redattore capo*
Adriana Giannini
*Redazione*
Marco Cattaneo (*vice caporedattore*),
Elena Bernacchi, Gianbruno Guerrerio,
Massimo Scaglione
*Collaboratori*
Carlo Marcandalli (revisione bozze),
Alessia Bernardelli e Gabriella Marmorelli
(elaborazioni grafiche)
*Segretaria di redazione*
Luisa Degli Esposti
*Direttore generale*
Giovanni Ceschi
*Responsabile dei servizi pubblicitari*
Mimma Pisano
*Pubblicità:*
A. Manzoni & C. S.p.A.
Via Nervesa, 21 - 20139 MILANO
Telefono: (02) 574941.
*Distribuzione per l'Italia*
SO.DI.P. Società di Diffusione Periodici
«Angelo Patuzzi» S.p.A. Via Bettola, 18
20092 Cinisello Balsamo (MI).
*Fotolito*
Fotolito Sebi s.r.l., via per Cinisello 9,
Nova Milanese (MI).
*Stampa*
Seregni S.p.A., via Puecher 2,
Paderno Dugnano (MI).

Piazza della Repubblica 8, 20121 MILANO

Direttore Responsabile: Carlo Caracciolo;
Registrazione del Tribunale di Milano
n. 48/70 del 5 febbraio 1970.



*Fonti delle illustrazioni*

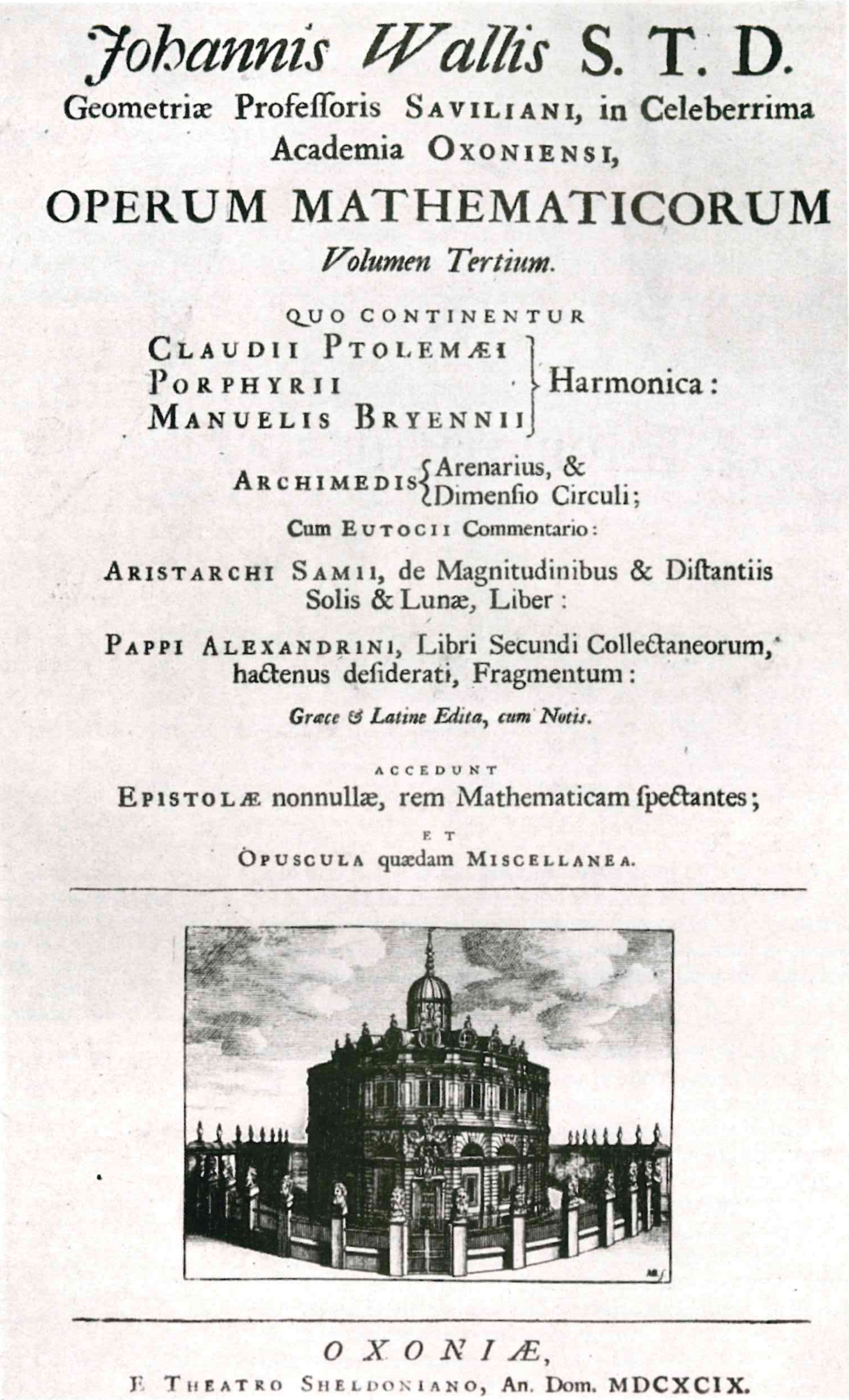
p. 1, cortesia Académie des Sciences, Parigi; p. 4, cortesia Cambridge University Library; p. 5, p. 10 in basso, 15, 78, *La Biblioteca di Babele*, cortesia Giancarlo Beltrame, Vicenza; p. 6, National Portrait Gallery, Londra; p. 8 cortesia Collection of the Duke of Buccleuch and Queensberry KT; 9 in alto, cortesia Scottish National Portrait Gallery, Edimburgo; p. 9 in basso, 54 a destra, 55, 56, 101, cortesia S.M. Elisabetta II d'Inghilterra; p. 10 in alto, cortesia Grosvenor Museum, Chester; p. 11 in alto a sinistra, cortesia Biblioteca Universitaria di Bologna; p. 11 in alto a destra, cortesia Biblioteca Marciana, Venezia; p. 11 in basso, Bibliothèque Nationale de France, Parigi; pp. 12, 20, 22, 23, 26 in basso, 47, 57, 58, 62, 63, 69, 72-75, Alessia Bernardelli; p. 13 in basso a sinistra, cortesia Società degli Amici della Musica, Stoccolma; p. 13 in basso a destra, Galleria degli Uffizi, Firenze; p. 14 a destra, cortesia British Library Board; p. 17, Magdalen College, Cambridge; p. 18 in alto, National Portait Gallery, Londra; p. 19 in basso cortesia Biblioteca Universitaria di Basilea; p. 21, cortesia Chester Beatty Gallery e Gallery of Oriental Art, Dublino; p. 24 e 25, cortesia Cambridge University Library; p. 26, cortesia Mansell Collection; p. 28 a sinistra, cortesia Royal Astronomical Society; p. 28 a destra, cortesia Royal Society; p.31, cortesia Museo di Hofwyck, Paesi Bassi; p. 34, Bodleyan Library, Oxford; p. 35, Museum and Art Gallery, Derby; p. 37, cortesia Royal Society of Antiquaries, Londra; p. 38 in basso, Joseph Halle Schaffner Collection, University of Chicago Library; p. 39 in alto a sinistra, Yale Medical Library; p. 39 in basso, Museum of the History of Science, Oxford; pp. da 40 a 46, da: Stanislas Klossowski De Rola, *The Golden Game, Alchemical Engravings of the Seventeen Century,* Thames and Hudson, London 1988; p. 51, cortesia David Eugene Smith Collection, Rare Book and Manuscript Library, Columbia University; p. 54 a sinistra, 67, 71, 92, 95, cortesia Royal Society; p. 59, cortesia Sotheby Parke Bernet & Co.; p. 66, Trinity College, Cambridge; p. 70, cortesia Paolo Palmieri; pp. 80 e 81, A. P. French, *Newtonian Mechanics*, W. W. Norton & Company, Londra; p. 81, cortesia Cambridge University Library; p. 82 a sinistra, Magdalen College, Cambridge; p. 82 a destra, cortesia National Portrait Gallery, Londra; p. 83, Osservatorio Astronomico di Padova; p. 85, Ashmolean Museum, Oxford; p. 86, cortesia Edimedia; pp. 88 e 89 in alto, da Alessandro Braccesi, *Una storia della fisica classica*, Zanichelli, Bologna; p. 89 in basso, Het Trippenhuis, Amsterdam; p. 91, cortesia Museum and Art Gallery, Derby; p. 92, cortesia W. Heffer and Sons, Ltd., Cambridge; p. 93 Biblioteca Osservatorio Astronomico di Brera, Milano; p. 97 cortesia Sophie Bernoulli, Basilea; p. 98, cortesia Sig.ra Bernoulli-Thiebaud, Basilea; p. 103, cortesia Museum of the History of Science, Oxford; p. 105, cortesia Fitzwilliam Museum, Cambridge; p. 106, cortesia Tate Gallery, Londra; p. 107-109, Collection Owen Gingerich.

Per le restanti illustrazioni: archivio «Le Scienze».

L'editore si scusa per eventuali involontarie omissioni o errori di attribuzione delle illustrazioni e dichiara la propria disponibilità nei confronti degli aventi diritto.

*In copertina*

Ritratto di Isaac Newton, National Portrait Gallery, Londra.



*Johannis Wallis* S. T. D.
Geometriæ Profeſſoris SAVILIANI, in Celeberrima Academia OXONIENSI,
OPERUM MATHEMATICORUM
*Volumen Tertium.*
QUO CONTINENTUR
CLAUDII PTOLEMÆI / PORPHYRII / MANUELIS BRYENNII } Harmonica:
ARCHIMEDIS { Arenarius, & / Dimenſio Circuli;
Cum EUTOCII Commentario:
ARISTARCHI SAMII, de Magnitudinibus & Diſtantiis Solis & Lunæ, Liber:
PAPPI ALEXANDRINI, Libri Secundi Collectaneorum, hactenus deſiderati, Fragmentum:
*Græce & Latine Edita, cum Notis.*
ACCEDUNT
EPISTOLÆ nonnullæ, rem Mathematicam ſpectantes;
ET
OPUSCULA quædam MISCELLANEA.
*OXONIÆ,*
E THEATRO SHELDONIANO, An. Dom. MDCXCIX.

*Il frontespizio del terzo volume delle* Opere matematiche *di John Wallis, in un'edizione del 1699. Questo autore ebbe un ruolo fondamentale nella formazione autodidattica del giovane Newton.*



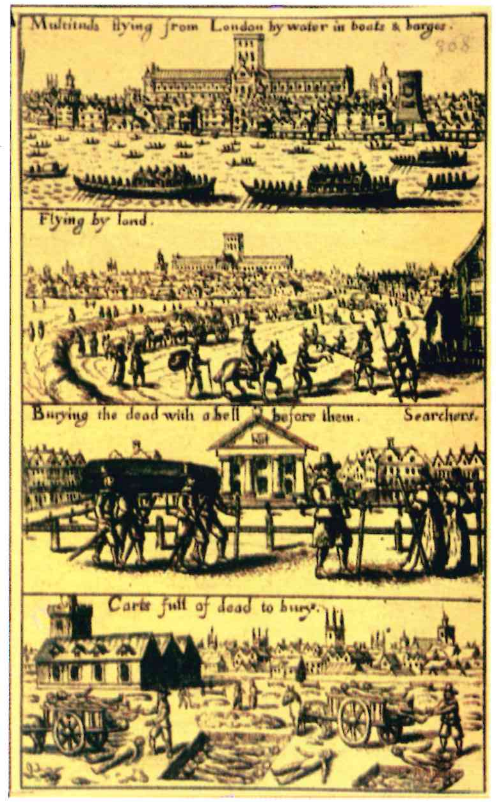
# Nel fiore dell'età creativa

## *Gli anni giovanili di Newton - il 1665 in particolare - producono una messe straordinaria di scoperte fondamentali nei campi della matematica, dell'ottica e della teoria della gravità*

La madre di Newton desiste presto dal proposito di fare di suo figlio un uomo dedito all'agricoltura e all'allevamento. Su consiglio di uno zio questo ragazzo solitario e studioso viene mandato a Cambridge. Newton entra al Trinity College nel 1661 come *subsizar.* I *subsizar* a Oxford venivano anche chiamati più semplicemente «servitori». Si trattava di studenti poveri che si guadagnavano la retta servendo a tavola gli altri studenti e rassettando le stanze. Non è certo tuttavia che Newton dovesse svolgere tali mansioni.

Gli studi nelle Università inglesi sono ancora saldamente ancorati alla tradizione aristotelica. Newton è però attratto dalla nuova filosofia della natura. Ben presto comincia a leggere le opere di Cartesio. In particolare legge con attenzione la *Geometria*, un'opera matematica pubblicata nel 1637 in cui le curve vengono rappresentate per mezzo di equazioni. Inoltre legge le opere di Boyle, di Hobbes, di Wallis, il *Dialogo* di Galileo, la *Physiologia* di Charleton (una versione dell'atomismo di Gassendi). In breve, Newton si forma come autodidatta una conoscenza piuttosto estesa di quanto di più nuovo il «mercato» della filosofia naturale ha da offrire. Queste letture, giova ripeterlo, non sono richieste dal *curriculum* universitario, ma sono intraprese per puro interesse personale.

Negli anni in cui Newton è studente a Cambridge (presto otterrà una *fellowship* e, nel 1669, la Cattedra Lucasiana di matematica) sono attivi un matematico, Isaac Barrow, e un filosofo, Henry More, che sicuramente, anche se in termini non del tutto chiari, esercitano una qualche influenza sulla sua formazione. More è un entusiasta propugnatore di Cartesio, ma legge l'opera del filosofo francese in un'ottica tutta particolare. Egli è infatti preoccupato dalle conseguenze materialistiche e ateistiche della filosofia meccanica e ritiene, all'interno di una prospettiva filosofica neoplatonica, che sia necessario aggiungere alla cosmologia delle particelle e degli impatti, la presenza di principi attivi, introdotti nella Natura da Dio. La Natura non può essere ridotta a materia e moto: vi è un elemento attivo non materiale che rende la Natura attiva e non meramente passiva. Come vedremo, anche Newton condividerà con More le stesse preoccupazioni teologiche nei confronti del cartesianesimo. Barrow ha invece un qualche ruolo nell'introdurre Newton alla conoscenza delle più raffinate tecniche matematiche. Vi sono forti analogie fra la matematica di Barrow e le




*Una rappresentazione degli effetti della grande pestilenza che colpì Londra nel 1665.*

*John Wallis (1616-1703).*

prime opere matematiche di Newton. Inoltre sarà Barrow a cedere a Newton la Cattedra Lucasiana. Abbiamo quindi ragione di ritenere che, nei suoi primi studi di filosofia naturale e di matematica, Newton non sia stato completamente solo.

La solitudine arriverà nel 1665. Come se l'Inghilterra non fosse stata provata in misura sufficiente dalla instabilità politica, la peste imperversa fino a raggiungere Cambridge. L'Università viene evacuata e Newton si ritrova in campagna, confinato per la maggior parte del tempo nella casa natale, circondato da persone che parlano di raccolti e di mucche. Il soggiorno forzato a Woolsthorpe fa parte della mitologia newtoniana: qui si sarebbe verificato l'episodio della mela. Si parla anche, riferendosi al 1665, di *annus mirabilis*. È effettivamente documentato dai manoscritti pervenutici che nel 1665 e nel 1666 Newton ottiene risultati di grandissima importanza in tre campi distinti: la matematica, l'ottica e la teoria della gravità. Quasi cinquant'anni più tardi Newton ricorderà con queste parole le proprie ricerche giovanili:

> *All'inizio dell'anno 1665 trovai il Metodo di approssimazione delle serie e la Regola per ridurre un qualunque esponente di un Binomio qualsiasi a tali serie. Lo stesso anno in maggio trovai il metodo delle tangenti [...] e in novembre avevo il metodo diretto delle flussioni e l'anno successivo in gennaio la teoria dei colori e il maggio seguente possedevo il Metodo inverso delle flussioni. E nello stesso anno cominciai a pensare alla gravità che si estende all'orbita della Luna [...] Tutto ciò avvenne nei due anni della peste del 1665 e 1666, poiché in quei giorni ero nel fiore dell'età creativa e attendevo alla Matematica e alla Filosofia più di quanto abbia mai fatto in seguito.*

Questa ricostruzione autobiografica, espressa in termini sicuramente un po' enigmatici per il lettore, delle conquiste scientifiche ottenute nel «fiore dell'età creativa» è sostanzialmente corretta. Seguiremo la traccia fornita da Newton stesso, cercando di dare nei prossimi sottocapitoli una descrizione sommaria di queste conquiste.

## Il metodo delle fluenti e delle flussioni

Per scalare una parete di sesto grado conviene avere un equipaggiamento leggero ma adeguato. Il giovane Newton ha letto poca matematica, ma ha letto quella giusta. Con un po' di approssimazione si può dire che egli costruisca tutto a partire da due testi: la *Geometria* di Cartesio, nell'edizione latina curata da van Schooten, e l'*Arithmetica infinitorum* (L'aritmetica degli infiniti) di John Wallis. Conviene dare un'occhiata a questi due testi.

Cartesio aveva mostrato, portando avanti un programma già iniziato da matematici quali François Viète, che due discipline a lungo pensate come indipendenti, l'algebra e la geometria, potevano essere concepite come due facce della stessa medaglia. In particolare nella *Geometria* le curve piane venivano viste, introdotto un sistema di coordinate cartesiano, come il luogo dei punti del piano le cui coordinate soddisfano una equazione del tipo $f(x, y) = 0$. Fino ad allora le curve piane venivano definite in termini geometrici, non algebrici.

Si pensi alla definizione geomerica dell'ellisse, data sopra, come luogo dei punti $P$ tali che la somma delle distanze $FP$ e $F'P$ è costante. Un'altra definizione geometrica dell'ellisse accettata dai geometri fin dall'antichità è la seguente:

«La sezione di un cono circolare con un piano non passante per il vertice del cono rappresenta una curva che è un'ellisse, un'iperbole o una parabola. Se il piano secante interseca una sola falda del cono lungo una curva chiusa, questa curva è un'ellisse (un cerchio se l'asse del cono è ortogonale al piano secante); se il piano secante interseca una sola falda del cono e lungo una curva non chiusa, questa curva è una parabola (questo caso si dà solo se il piano ha inclinazione uguale a quella delle

*Il filosofo Henry More (1614-1687), cristiano permeato di platonismo e versato nella tradizione esoterica, ebbe grande influenza sull'evoluzione del pensiero di Newton.*



generatrici del cono); se il piano interseca le due falde del cono, la curva ottenuta è un'iperbole».

Questa definizione giustifica l'appellativo di *sezioni coniche* (o più semplicemente *coniche*) attribuito all'ellisse, al cerchio, alla parabola e all'iperbole. Le proprietà di queste curve erano state studiate dal grande matematico greco Apollonio. Lo studio delle coniche è stato dall'antichità fino all'epoca di Newton un capitolo fondamentale della geometria. Deve essere stato emozionante, per Keplero, e ancor più per Newton, scoprire che le sezioni coniche (un oggetto di studio per «matematici puri») sono scritte nel cielo nelle orbite dei pianeti!

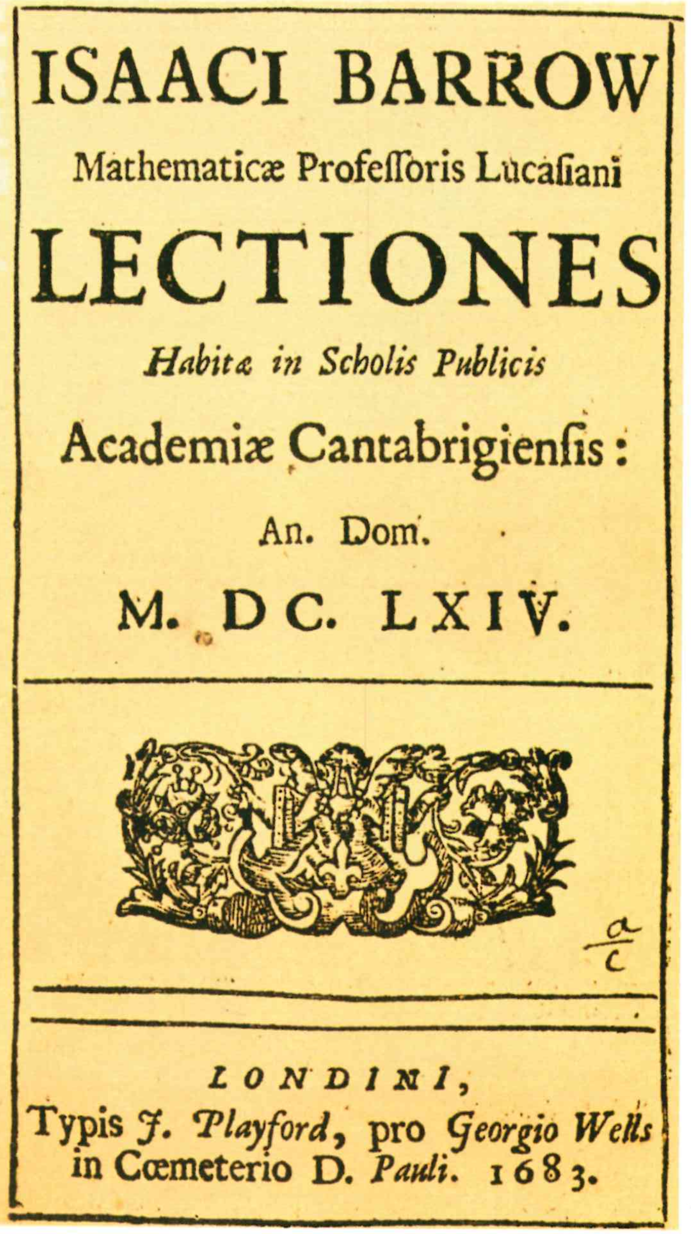
Nella geometria cartesiana diventa possibile la seguente definizione algebrica di ellisse:

*Un'ellisse è il luogo dei punti*
*le cui coordinate cartesiane*
*soddisfano l'equazione:*

$$x^2/a^2+y^2/b^2-1=0.$$

A questo punto diventa possibile studiare le proprietà dell'ellisse studiando la precedente equazione. Cartesio riteneva che il suo approccio alla geometria in termini algebrici avesse notevoli vantaggi rispetto all'approccio geometrico seguito da Apollonio in poi.

Cartesio riteneva però che ci si dovesse limitare a espressioni algebriche finite. L'equazione dell'ellisse è espressa in termini finiti: è composta infatti da tre termini. D'altronde è noto che molte grandezze geometriche, tipicamente molte aree racchiuse da curve (per esempio l'area del cerchio), non possono essere espresse in termini finiti. I matematici del Seicento, per estendere l'analisi cartesiana a casi che non si lasciano trattare in termini finiti, impararono a ricorrere a svariate tecniche. La più importante è costituita dalle *serie infinite*. Una serie infinita veniva spesso definita come una somma di infiniti addendi e veniva scritta nel modo seguente:



ISAACI BARROW

Mathematicæ Profeſſoris Lucaſiani

LECTIONES

*Habitæ in Scholis Publicis*

Academiæ Cantabrigienſis:

An. Dom.

M. DC. LXIV.

*LONDINI,*

Typis *J. Playford*, pro *Georgio Wells* in Cœmeterio D. *Pauli*. 1683.

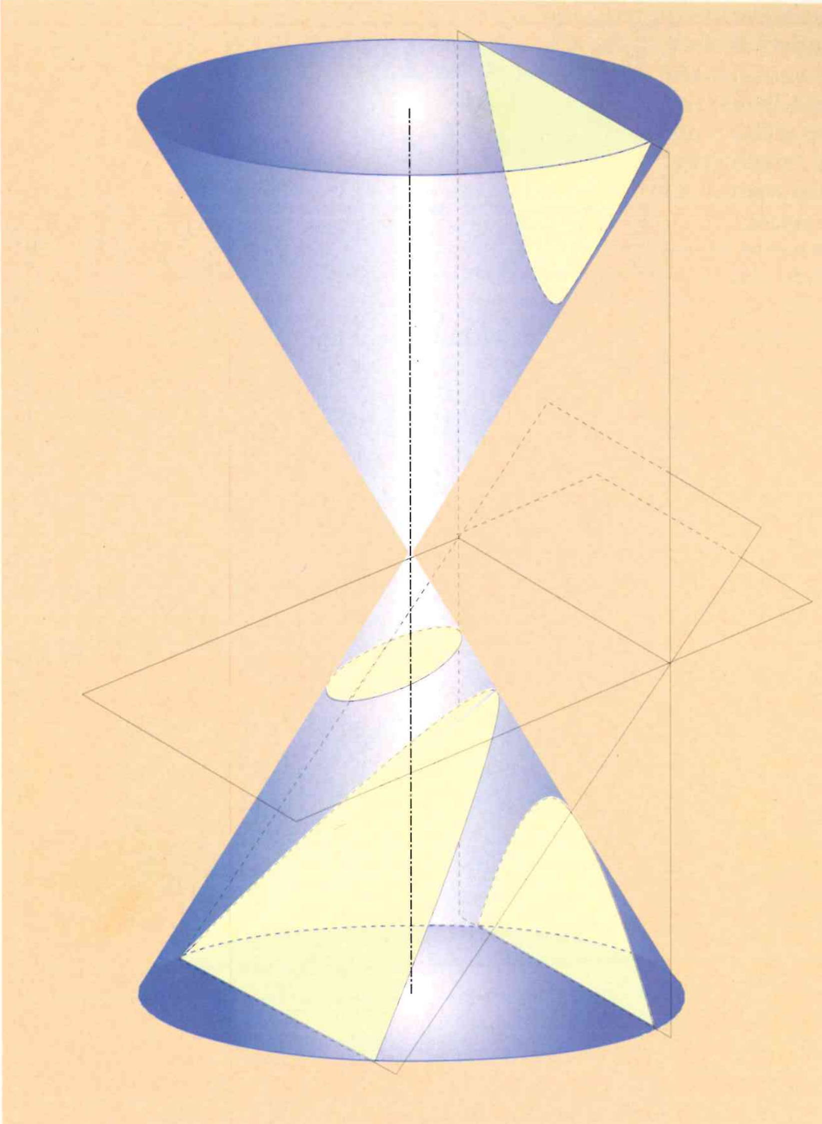
$$y = x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + x^5/5 - \dots$$

dove i puntini stanno a indicare che la somma è... estesa all'infinito! Il fatto sorprendente è che alcune serie infinite, per alcuni valori di $x$, hanno una somma finita. Nel senso che, più si aggiungono termini, più ci si approssima al valore cercato. Al giorno d'oggi tutta la questione è definita dalla teoria dei limiti e della convergenza, elaborata sulla spinta delle ricerche del matematico francese A. L. Cauchy (1789-1857). All'epoca di Newton le serie infinite vengono usate in modo più intuitivo: si parla di serie e di convergenza nei termini un po' qualitativi visti sopra. Newton impara molto sulle serie infinite nell'opera di Wallis. Ed è generalizzando i risultati di Wallis che arriva a formulare la serie binomiale.

Questa formula consente di esprimere $(1+x)^\alpha$, dove $\alpha$ può essere una frazione positiva o negativa, come serie di potenze di $x$. Ecco la formula di Newton:

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x^{\alpha-1} + (\alpha(\alpha-1)/2)\, x^{\alpha-2} + (\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)/(3\cdot 2))\, x^{\alpha-3} + \dots$$


*Robert Boyle (1627-1691).*



*La generazione delle sezioni coniche: al crescere dell'inclinazione del piano secante si individuano rispettivamente un'ellisse, una parabola e un'iperbole.*

Newton perviene alla serie binomiale attraverso un processo per tentativi ed errori. Pur non dubitando della correttezza di questa formula, Newton non arriverà mai a darne qualcosa che egli ritenga una vera e propria dimostrazione. In pratica egli utilizza quelle procedure di interpolazione che Wallis aveva battezzato come «induttive». Newton conosce la formula del binomio per esponenti $\alpha$ interi positivi e la estende in modo alquanto fortunoso a esponenti frazionari negativi e positivi. In un secondo tempo, la applica a casi di cui conosce la risposta attraverso metodi alternativi, verificando la coincidenza dei risultati ottenuti.

La formula del binomio consente a Newton di calcolare con facilità l'area sottesa a curve. Facciamo un esempio. I gesuiti Gregorio di San Vincenzo e Alfons A. de Sarasa erano riusciti a dimostrare (interamente con metodi geometrici!) che l'area sottesa all'iperbole di equazione $y = (1+x)^{-1}$ e sopra l'intervallo $[0, x]$ (o il negativo di quest'area se $-1 < x < 0$) è uguale al logaritmo naturale di $1 + x$ (che denotiamo con $ln(1 + x)$). Applicando il teorema del binomio Newton è in grado di dimostrare che:

$$(1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$$

A questo punto egli enuncia due regole:

Regola 1: *Per calcolare l'area sottesa a una curva che ha equazione espressa da una serie infinita, occorre calcolare le aree* Ai *sottese alle curve espresse dai singoli termini della serie e, successivamente, sommare tutti gli* Ai.

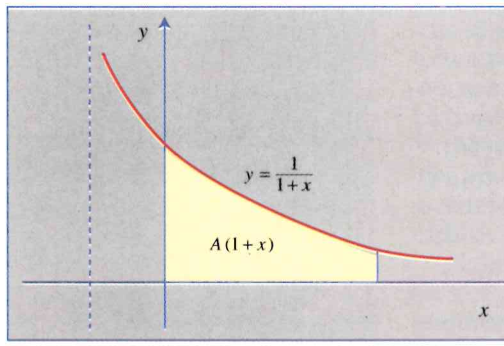
Regola 2: *L'area sottesa alla curva di equazione* $y = cx^{\alpha}$ *e sopra l'intervallo* $[0, x]$ *è* $cx^{\alpha+1}/(\alpha + 1)$.

Quindi l'area sottesa alla nostra iperbole sarà:

$$ln(1 + x) = x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + x^5/5 - \dots .$$

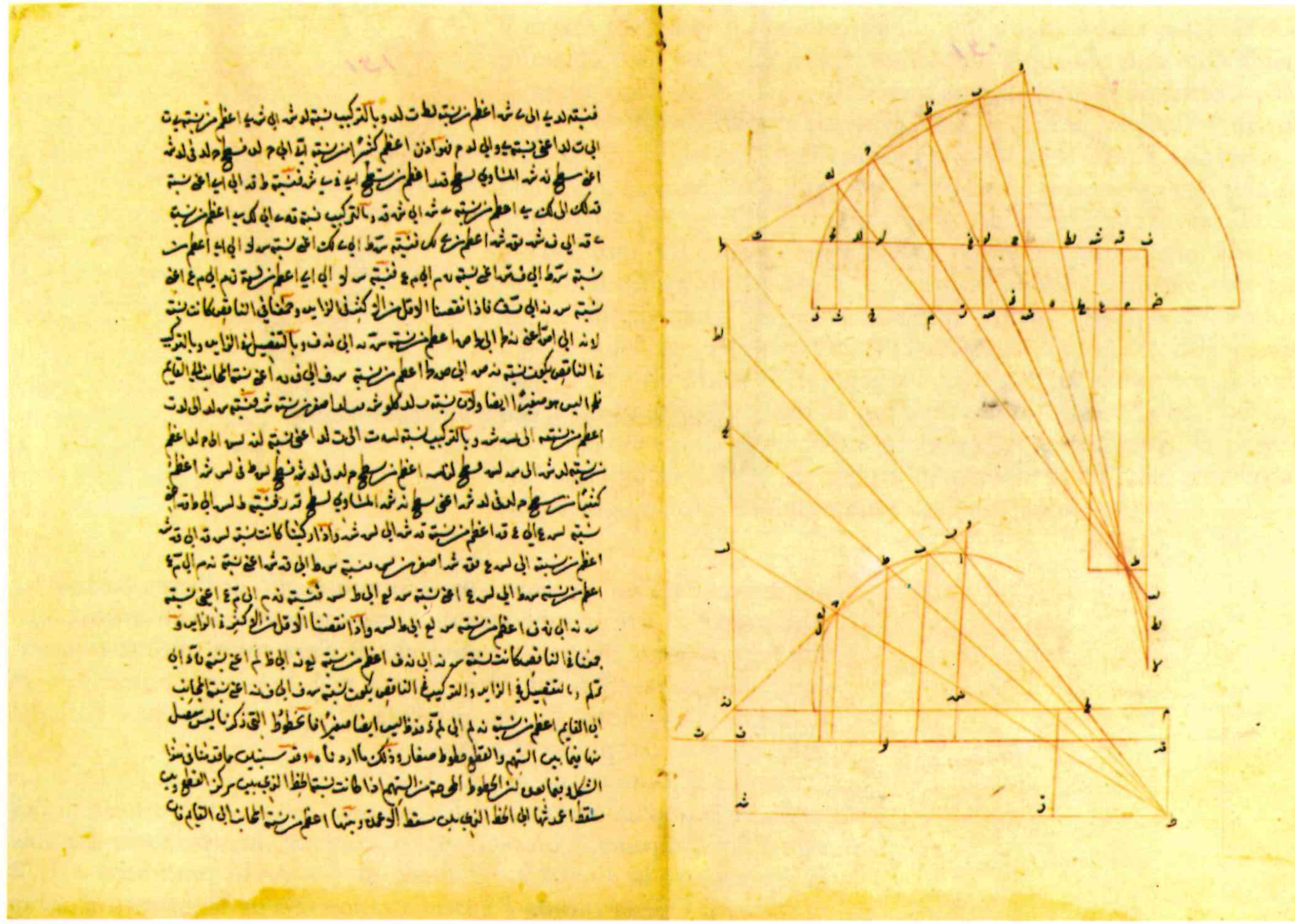
Il teorema del binomio e le due regole sopra esposte consentono quindi a Newton di calcolare l'area sottesa alle curve: uno dei principali problemi a cui si dedicavano i matematici della sua epoca.

I matematici contemporanei di Newton non si occupano solo di aree, ma anche di tangenti, raggi di curvatura (vale a dire: qual è il cerchio che approssima meglio una curva in un dato punto?), calcolo dei baricentri, rettificazione di curve. Subito dopo aver scoperto la serie binomiale, Newton realizza un fatto straordinario.




*Gregorio di San Vincenzo dimostra che l'area* A(*1* + x) *sottesa all'iperbole equilatera è uguale al logaritmo naturale di 1* + x.





*Manoscritto arabo del V Libro delle* Coniche *di Apollonio.*

## Il fatto straordinario scoperto da Newton

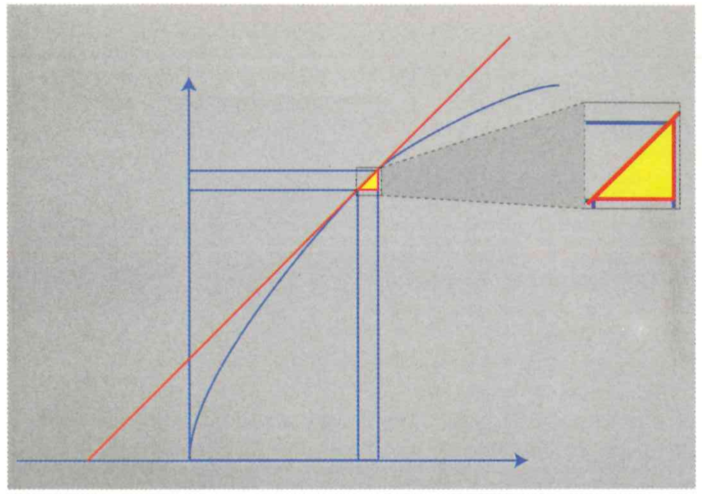
*La maggior parte dei problemi affrontati dai contemporanei di Newton si può ridurre a due problemi fondamentali, l'uno inverso dell'altro. Il primo problema è: data una curva, determinarne la tangente. Il secondo problema è: data una curva, determinare l'area da essa sottesa.*

Questo risultato è sicuramente una delle più grandi generalizzazioni della storia della matematica. Non si tratta della soluzione di *un* problema particolarmente difficile, ma della realizzazione del fatto che *intere classi* di problemi possono essere ridotte al calcolo di tangenti e di aree. Ancora oggi gli studenti liceali e universitari imparano a risolvere alcuni problemi col calcolo differenziale, altri problemi col calcolo integrale e sanno, infine, dal *teorema fondamentale del calcolo*, che differenziazione e integrazione sono operazioni inverse.

Newton perviene al teorema fondamentale grazie a una concezione cinematica delle grandezze geometriche. Egli concepisce le grandezze geometriche come generate da un moto continuo. Per esempio una curva è concepita come generata dal moto continuo di un punto. Le grandezze geometriche così generate vengono dette *fluenti*. Le loro velocità istantanee di accrescimento vengono dette *flussioni*. È necessario ora familiarizzarci con la notazione newtoniana.

Newton, dagli anni '90 in poi, denota con le lettere $x$, $y$, $z$ le fluenti e con $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ le flussioni. Inoltre indica con $o$ un intervallo infinitamente piccolo di tempo. Così $\dot{x}o$ (il *momento* della fluente $x$) è l'incremento infinitamente piccolo della fluente $x$ acquisito nell'intervallo infinitamente piccolo di tempo $o$ ($\dot{x}o$ = velocità istantanea per tempo infinitamente piccolo).

Torniamo ora alla nostra curva. Come sappiamo, essa è generata dal moto continuo di un punto. Denotiamo con $x$ e con $y$ la proiezione sugli assi cartesiani del punto che traccia la curva. In questo modo abbiamo



*Una curva generata dal moto continuo di un punto P. Nel riquadro ingrandito si vede come l'elemento infinitesimo della traiettoria curva sia approssimabile a un segmento rettilineo.*

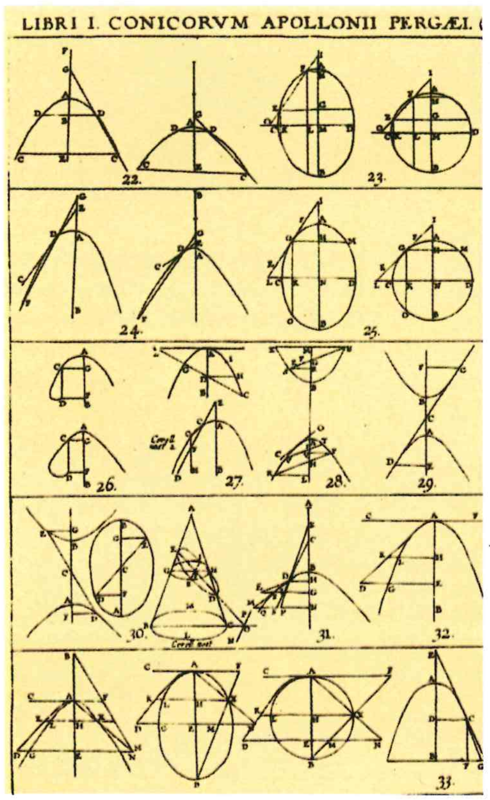
decomposto il moto del punto in due componenti, l'una parallela all'asse $x$, l'altra all'asse $y$. In un intervallo infinitamente piccolo di tempo $o$ il punto si sposterà da $P$ a $P'$. Possiamo assumere che in questo intervallo di tempo il moto del punto sia rettilineo uniforme. Il moto accelerato del punto, se analizzato nelle sue componenti infinitamente piccole, è costituito da un numero infinito di moti rettilinei uniformi! Da $P$ a $P'$ non abbiamo più una curva ma una traiettoria rettilinea (infinitamente piccola). Il triangolo rettangolo $PP'M$ ha cateti uguali a $\dot{x}o$ e $\dot{y}o$ (essendo il moto rettilineo uniforme). L'inclinazione della tangente alla nostra curva è data dal rapporto fra i due cateti: $\dot{y}o/\dot{x}o = \dot{y}/\dot{x}$. Per calcolare la tangente a una curva di equazione $f(x, y) = 0$, dobbiamo quindi calcolare il rapporto fra le flussioni $\dot{y}$ e $\dot{x}$.

Prendiamo in considerazione ora il calcolo dell'area e mettiamolo in relazione con la concezione cinematica della grandezza. Data una curva, concepiamo l'area $z = ABD$ come generata dal moto continuo uniforme dell'ordinata $BD$. Supponiamo cioè che l'ordinata $BD$ si sposti da sinistra a destra in modo tale che $x = AB$ «fluisca» con velocità costante. Qual è la flussione (il tasso di accrescimento) dell'area? Essa sarà ottenuta suddividendo il tempo in un numero infinitamente grande di intervalli $o$ infinitamente piccoli. Il rapporto fra l'incremento dell'area acquisito in un intervallo infinitamente piccolo di tempo e $\dot{x}o$ è una misura della flussione dell'area. Infatti l'asse delle $x$ risulterà suddiviso in un numero infinitamente grande di intervallini uguali $\dot{x}o = B\beta$. Il rapporto fra l'area $BD\delta\beta$ e $B\beta$ ci dice quanto «velocemente» cresce l'area $ABD$. Ora Newton afferma che deve esistere un $BK$ maggiore di $BD$ e inferiore a $B\delta$, tale che l'area curvilinea $BD\delta\beta$ è uguale all'area rettilinea $BKH\beta$. Il rapporto fra l'area $BD\delta\beta$ e $B\beta$ è quindi uguale a $BK$, che possiamo senz'altro uguagliare a $BD$ (dato che $Bb$ è infinitamente piccolo). La conclusione di tutto questo ragionamento è che la flussione $\dot{z}$ dell'area $z = ABD$ è uguale a $y = BD$. Altrimenti detto: se abbiamo una curva ($y = BD$ in funzione di $x = AB$), calcoliamo l'area sottesa alla curva $z = ABD$, e successivamente calcoliamo la flussione di $z$ ritorniamo ad avere $y = BD$ in funzione di $x = AB$.

*Il teorema fondamentale in Newton*
curva $\Rightarrow$
area sottesa alla curva $\Rightarrow$
flussione dell'area sottesa alla curva = curva.

A che cosa serve il teorema fondamentale? Il fatto è questo: è piuttosto semplice trovare la tangente a una curva. È generalmente difficilissimo trovare l'area sottesa da una curva. Allora procediamo in questo modo. Costruiamo una tabella con due colonne. Prendiamo tante curve ed elenchiamo le loro equazioni nella colonna 1. Calcoliamo le loro tangenti ed elenchiamo le equazioni delle tangenti nella colonna 2. Per esempio, se nella colonna 1 abbiamo $z = x^n$, nella colonna 2 avremo $y = nx^{n-1}$. Per il teorema fondamentale abbiamo che le equazioni elencate in 1 sono le aree sottese alle curve di equazione elencata nella colonna 2. Per esempio, sappiamo che l'area sottesa a $y = nx^{n-1}$ è $z = x^n$. Così Newton compilerà le prime *tavole di integrali* (croce e delizia degli odierni studenti delle facoltà di scienze) della storia.

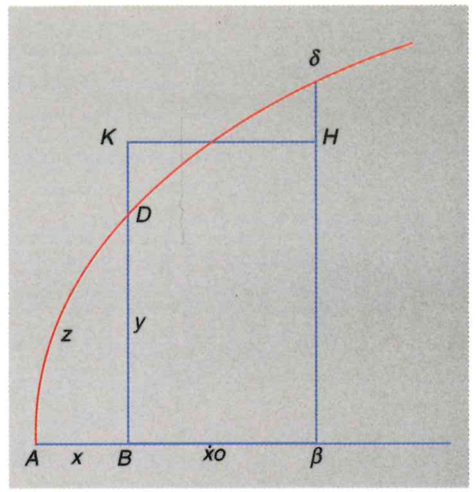
Ho detto sopra che «è piuttosto semplice» trovare la tangente




*Una tavola tratta da un'edizione del 1655 delle* Coniche *di Apollonio.*




*La dimostrazione data da Newton del «teorema fondamentale»; il disegno è tratto da un manoscritto del 1669.*




a una curva: cioè passare dall'equazione $f(xy) = 0$ alla relazione $\dot{y}/\dot{x}$. Qual è l'algoritmo che consente a Newton questo passaggio? Ci serviamo di un esempio dato dallo stesso Newton. Egli considera l'equazione:

$$x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0,$$

e sostituisce $x + \dot{x}o$ al posto di $x$ e $y + \dot{y}o$ al posto di $y$ (sappiamo infatti che durante l'intervallino di tempo $o$ mentre $x$ fluisce fino a $x + \dot{x}o$, $y$ fluisce fino a $y + \dot{y}o$). Ora il lettore sviluppi un po' di potenze. Cancellando poi $x^3 - ax^2 + axy - y^3$, in quanto uguale a zero, e dividendo per $o$, si ottiene un'equazione da cui Newton cancella i termini che hanno $o$ come fattore. Infatti questi termini «non valgono nulla rispetto agli altri» poiché «si suppone che $o$ sia infinitamente piccolo». Infine abbiamo che:

$$3\dot{x}x^2 - 2a\,\dot{x}x + a\,\dot{x}y + a\,\dot{y}x - 3\dot{y}\,y^2 = 0.$$

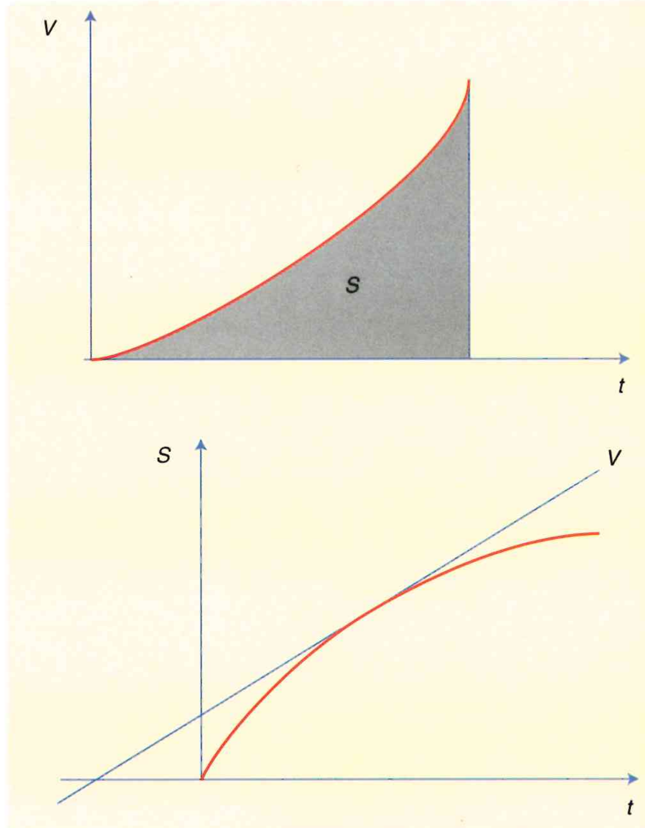
Questo risultato, che ci dà la relazione $\dot{y}/\dot{x}$ richiesta, è ottenuto impiegando una regola di cancellazione degli infinitesimi (equivalente in notazione leibniziana a $x + dx = x$):

*La regola di Newton di cancellazione degli infinitesimi:*

$$x + \dot{x}o = x.$$

Newton sviluppa tutte queste idee nel giro di pochi mesi, prevalentemente durante l'isolamento causato dalla necessità di abbandonare Cambridge per l'infuriare della pestilenza. Newton è penetrato in un nuovo mondo, in un terreno sconosciuto ai matematici della sua epoca. Ha scoperto un metodo che gli consente di risolvere problemi del tutto al di là delle possibilità dei suoi contemporanei. Gli elementi essenziali di questo metodo che egli battezza *metodo delle serie e delle flussioni* sono: le serie infinite e il teorema del binomio, l'uso delle quantità infinitamente piccole (*momenti*), la concezione cinematica delle grandezze (*fluenti e flussioni*), la riduzione di problemi geometrici e cinematici ritenuti diversi fra loro a due classi (tangenti e aree), il teorema fondamentale. È il 1665. Come vedremo, *Newton non pubblicherà quasi nulla di tutto questo fino al 1704!*

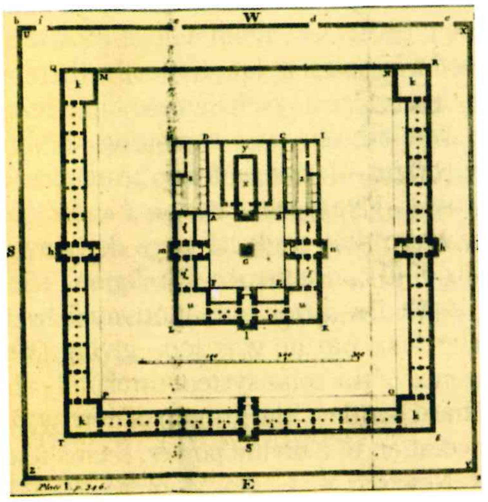
Vale la pena infine sottolineare alcune differenze con le procedure a cui siamo abituati oggi. Si noti che Newton parla di «curve» e non di «funzioni». Il concetto astratto di funzione emergerà più tardi: la matematica del Seicento è saldamente ancorata alla interpretazione geometrica. Newton utilizza quantità infinitamente piccole e una regola di cancellazione laddove noi utilizzeremmo una procedura di passaggio al limite. Invece di utilizzare i concetti rigorosi di convergenza, esistenza e unicità, continuità, differenziabilità, Newton si affida all'intuizione della generazione «per moto continuo» delle grandezze.




*Due problemi di cinematica ridotti al calcolo di area e tangenti. Si supponga che un mobile si sposti in linea retta. Dato il grafico della velocità in funzione del tempo, l'area ci dà lo spazio percorso al tempo t. Dato il grafico dello spostamento in funzione del tempo, il calcolo della tangente ci dà la velocità al tempo t.*

# Il rifiuto dei Moderni

*Avvicinandosi all'età matura, Newton inizia a disdegnare gli autori contemporanei, rivolgendosi allo studio degli «Antichi» e immergendosi in ricerche di alchimia, teologia ed esegesi biblica*




*Newton disegnò questa planimetria del Tempio di Salomone interpretandone la descrizione data nel Libro di Ezechiele.*

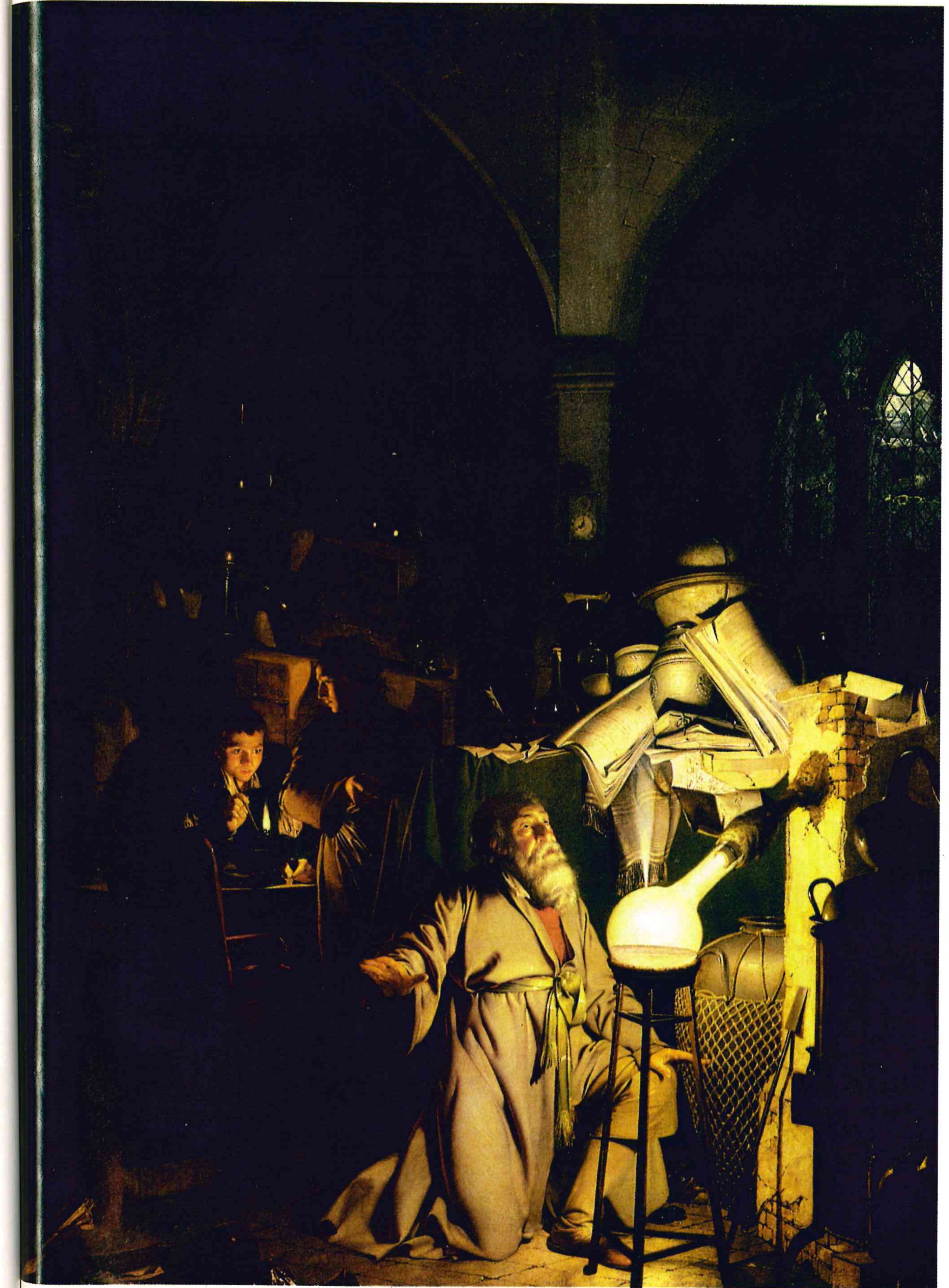
Come abbiamo visto, negli *anni mirabiles* Newton costruisce le sue scoperte matematiche e sperimentali facendo riferimento a un ristretto gruppo di testi. Le sue letture giovanili lo mettono in contatto con quanto di più innovativo si può trovare sul mercato, con quella che oggi chiameremmo «ricerca di frontiera». Nel corso degli anni '70 il suo atteggiamento muta radicalmente: egli sviluppa una profonda avversione per i «Moderni», per «gli uomini dei tempi recenti» e volge lo sguardo agli «Antichi». Nello stesso tempo gli interessi di Newton si allargano per includere l'alchimia, la teologia, l'interpretazione dei testi sacri e la cronologia delle antiche civiltà. Prima di dedicare la nostra attenzione a queste nuove ricerche conviene dire qualcosa sulle motivazioni che possono aver indotto un matematico e sperimentatore in grado di sopravanzare tutti i suoi contemporanei a interrogarsi sulla trasmutazione dei metalli, sulla presenza di uno «spirito vegetativo» attivo nella Natura, sulla religione di Noè, sulle dinastie dei re dell'Egitto, della Mesopotamia e di Israele, sulla Cabala e le proporzioni del tempio di Salomone.

Va subito detto che questi interessi non sono una eccezione nella cultura in cui vive Newton. Al contrario, fanno parte di una tradizione che affonda le sue radici nel Rinascimento. La scoperta dei classici greci e latini aveva indotto la nascita di un mito sulla cultura letteraria, musicale, artistica, filosofica e scientifica delle antiche civiltà. Un'idea accettata da molti era che una cultura superiore, testimoniata dai testi, spesso frammentari, che via via venivano tradotti dal greco, dal latino e dall'arabo, fosse andata incontro a un periodo di decadenza e corruzione. Lo sforzo di molti uomini di cultura era dunque diretto a ripristinare le conoscenze in campo artistico e scientifico della civiltà degli «Antichi». In particolare, in campo scientifico e matematico, la scoperta e traduzione cinquecentesca dei testi di Lucrezio, della tradizione ermetica e, in campo matematico, di Archimede, Apollonio e Pappo, aveva avuto una risonanza notevolissima. Oggi siamo abituati a pensare allo scienziato come a un creatore di nuove teorie, visioni, metodi: siamo abituati a pensarlo come «innovatore». Newton fa ancora parte di quella cerchia di intellettuali rinascimentali che pensavano se stessi come «riscopritori» di antiche conoscenze.

Benché gli interessi che Newton sviluppa negli anni '70 siano caratteristici della tradizione rinascimentale, le sue motivazioni sono specifiche del suo ambiente culturale. A Cambridge sono attivi pensatori, come Henry More, Isaac Barrow e Ralph Cudworth, preoccupati delle

*Nella pagina a fronte: Joseph Wright of Derby,* L'alchimista *(1771).*





*Tavole tratte dall'opera di soggetto alchemico* Theatrum chemicum britanicum *(1652), di Elias Ashmole.*

conseguenze teologiche della nuova scienza, in particolare della scienza cartesiana. La nuova filosofia meccanicista ha infatti indotto alcuni (anche alcuni studenti di Cambridge) ad abbracciare tesi pericolose. In alcuni casi si arriva a negare l'esistenza di Dio, dato che il funzionamento della Macchina del Mondo seguirebbe le leggi matematicamente necessarie del moto. Oppure, Dio sarebbe il creatore di un Universo che, dopo la creazione, non necessita più dell'intervento divino. Newton aborrisce queste tesi: egli è convinto che la Provvidenza divina si manifesti in ogni istante nel Creato e che sia una grave eresia negare o marginalizzare il ruolo dell'intervento di Dio, tanto nella Natura quanto nella Storia. Come vedremo, le motivazioni che spingono Newton a rivedere la sua iniziale adesione alla filosofia dei «Moderni» sono prevalentemente di carattere teologico. Si ricordi che Newton vive in un periodo della storia europea e inglese segnato da guerre di religione, un periodo quindi in cui i problemi di carattere teologico sono vissuti con particolare intensità.

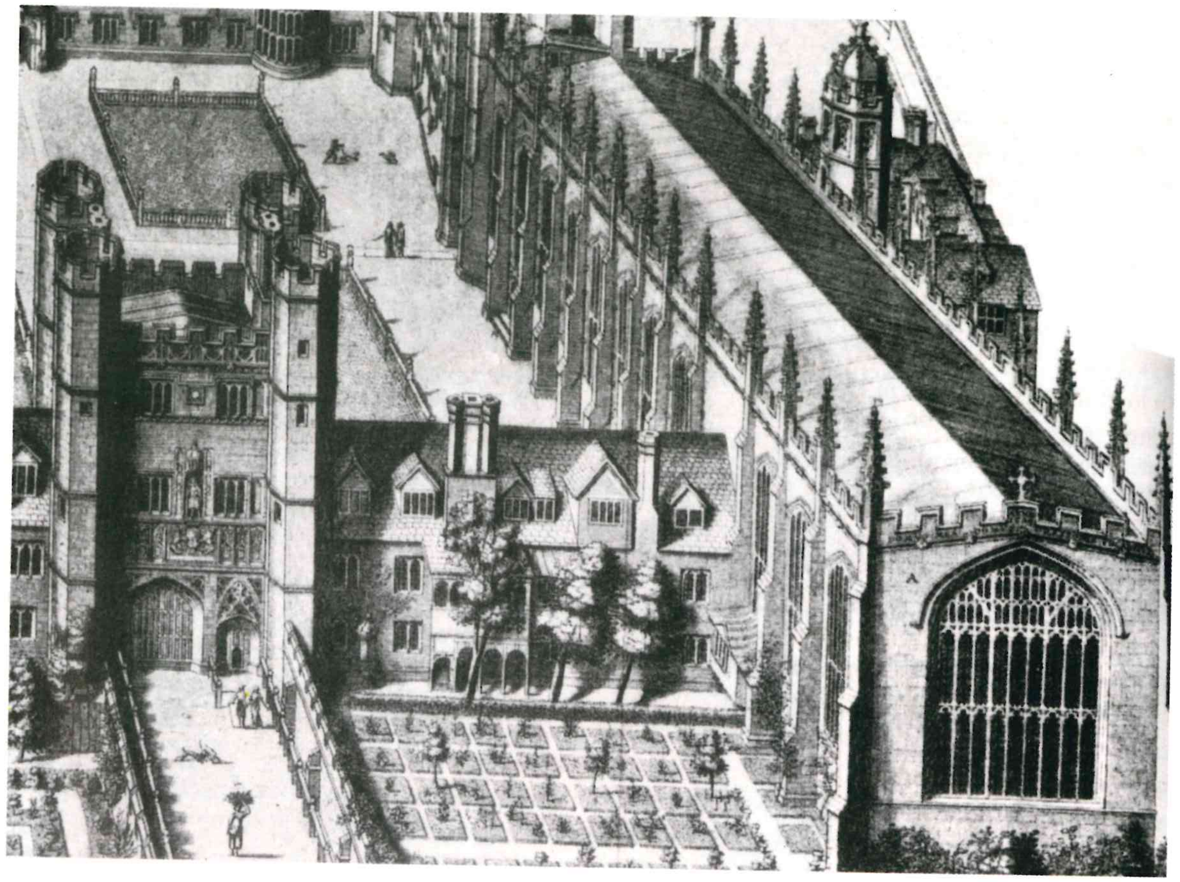
I primi interessi per l'alchimia risalgono all'incirca al 1668. Da allora, ininterrottamente per trent'anni, Newton leggerà e commenterà con segreta passione i testi della tradizione alchemica. Testi, come il *Theatrum chemicum* di Elias Ashmole o di L. Zetzner, che oggi solo pochi specialisti conoscono, vengono trascritti, annotati, decifrati febbrilmente in quella stanza del Trinity College dove abbiamo lasciato Halley in conversazione con il suo illustre ospite. Newton si costruirà, sotto le sue finestre, anche un laboratorio dove eseguirà esperienze sulla trasmutazione dei metalli che descriverà in pagine e pagine scritte in un linguaggio arcano. Per mesi e mesi il fuoco della fornace del laboratorio newtoniano arde incessantemente: il Professore Lucasiano di Matematica e il suo assistente si danno i turni di notte per riattizzare la fiamma. Che cosa si cercava nel laboratorio del Trinity College?

Newton è convinto che il mondo non possa essere spiegato solo in termini di collisioni e arrangiamenti fra corpuscoli. Quella che egli chiamerà nello scolio generale dei *Principia* la «cieca necessità metafisica» non può spiegare i processi di «vegetazione» e «fermentazione», di «corruzione» e

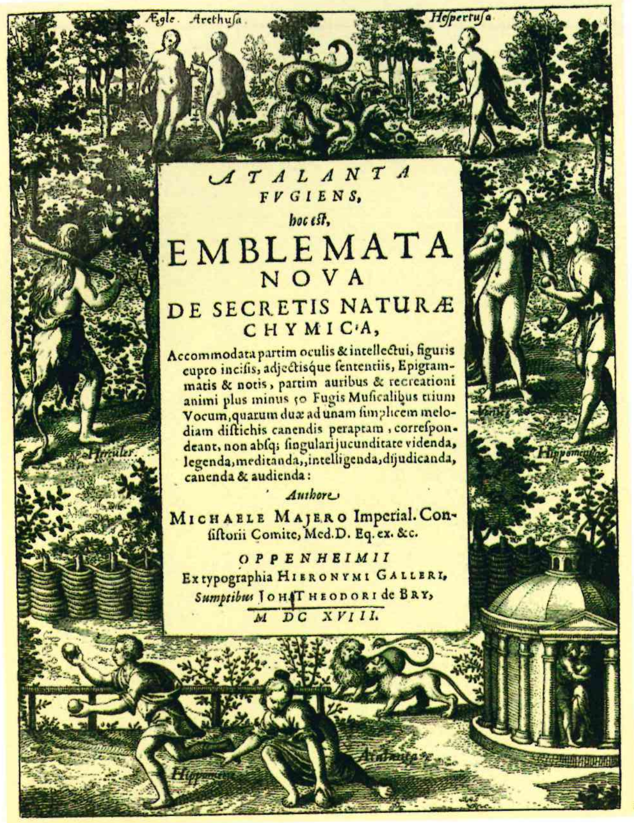


«coesione». Quali processi sono coinvolti nella generazione di una pianta dal seme? Quali nella putrefazione e perdita di ordine di un organismo prima animato? Quali nel passaggio dalla volontà di muovere un braccio all'effettivo movimento del braccio? Che cosa induce un ordine e una finalità negli organismi viventi? Ma, per Newton, non solo il mondo della vita manifesta caratteristiche non riducibili al meccanicismo. Anche il mondo degli elementi chimici presenta fenomeni sorprendenti di trasformazione che rivelano la presenza di un agente vitale, che egli chiamerà uno «spirito vegetativo», uno «spirito mercuriale», una «virtù fermentativa», diffuso in tutto l'Universo. È questo l'agente che permette a Dio di intervenire costantemente nel Mondo, organizzando e disorganizzando la materia secondo un piano provvidenziale. Nel suo laboratorio, nell'analisi e interpretazione dei testi ermetici e della magia naturale, Newton cerca di identificare le modalità di azione di Dio nella Natura.

Newton, come tutti i suoi contemporanei, distingue chiaramente le sue ricerche alchemiche da quella che chiama «chimica volgare». L'alchimia è per lui una «disciplina più nobile» i cui risultati devono essere tenuti lontani dai non iniziati per non provocare un «immenso danno al mondo». In effetti Newton spera di poter «restaurare» parte delle conoscenze che gli Antichi avevano di un'entità spirituale attiva nel mondo. Senza questa entità spirituale, questo «spirito vegetativo» diffuso in tutto l'Universo, non rimarrebbe altro che «terra morta e inattiva». Egli distingue nettamente fra quelle azioni che in Natura sono «puramente meccaniche» e quelle che sono «vegetative». La «filosofia meccanica», potenzialmente pericolosa sotto il profilo teologico (come in Inghilterra era risultato chiaro dalla filosofia di Thomas Hobbes), coglie solo una piccola parte dei fenomeni naturali. Assumerla come spiegazione ultima non è quindi solo errato dal punto di vista del credente, ma anche dal punto di vista del filosofo della natura. Newton concentra la sua attenzione soprattutto sui metalli. Nella tradizione alchemica i metalli condi-



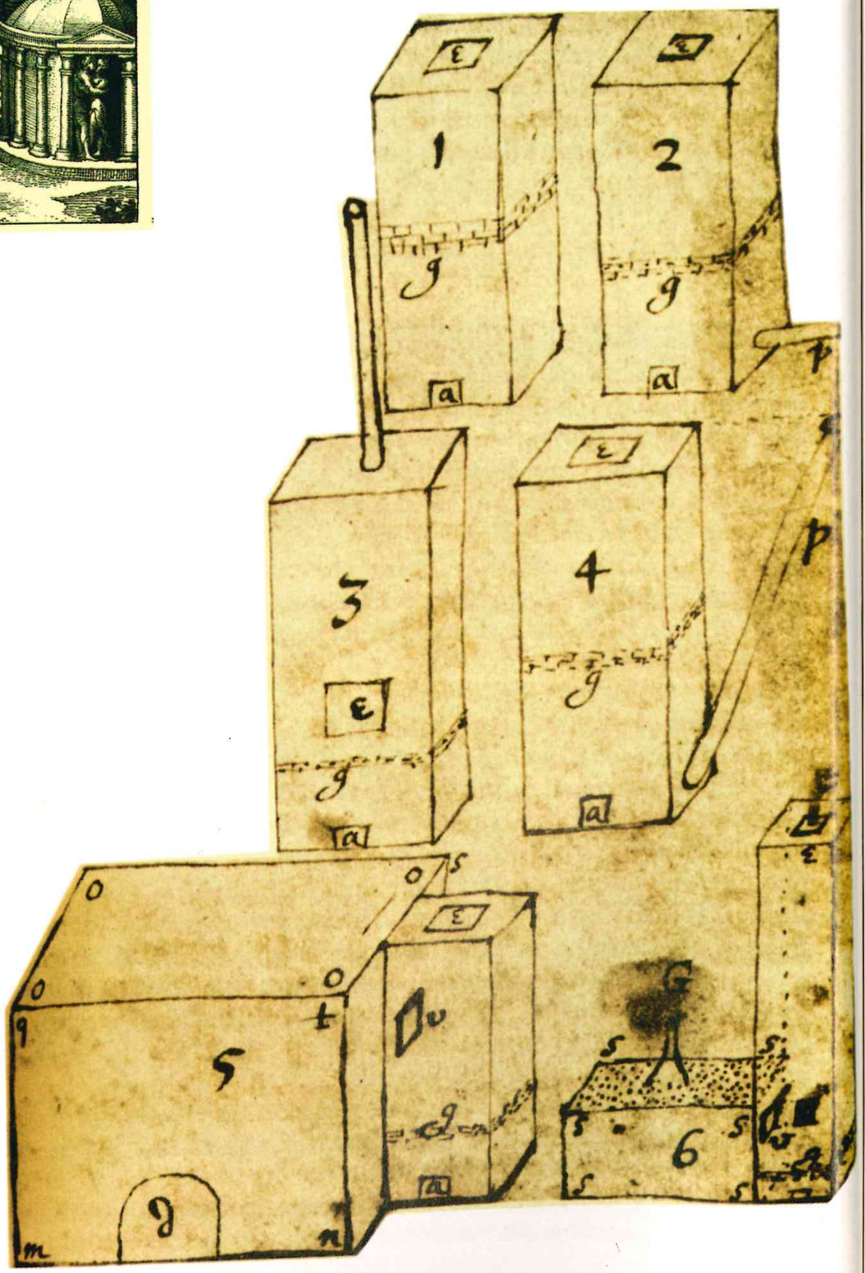
*Uno scorcio del Trinity College; il laboratorio alchemico di Newton si trovava probabilmente in una piccola costruzione a lato della cappella.*




*Frontespizio dell'*Atalanta fugiens *(1618) di Michael Maier.*

vidono con la materia vivente la capacità di trasformarsi in modi inspiegabili in termini meccanicisti. Le trasformazioni che i metalli subiscono nella fornace dell'alchimista sarebbero dovute a un processo simile alla fermentazione del lievito nel pane. Essi si accostano al mondo vegetale.

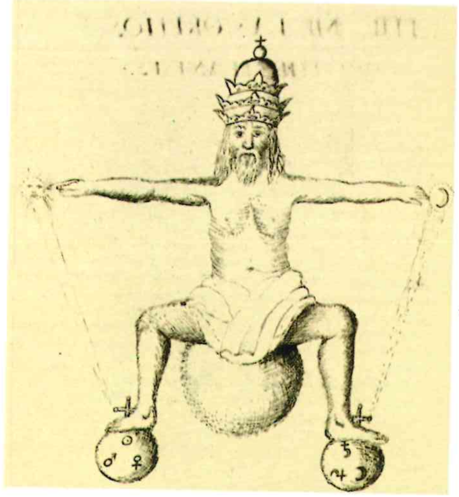
L'attività del Newton alchimista non è solo sperimentale. Vi è anche una importante componente di interpretazione e decifrazione dei testi. Newton si dedica a un lavoro di comparazione ed esegesi della letteratura alchimistica. Legge e studia estesamente le opere, oggi quasi del tutto sconosciute, di Michael Maier, Michael Sendivogius, «Eirenaeus Philalethes». È alla ricerca di un denominatore comune, di convergenze, di verità teologiche nascoste dietro la simbologia delle opere di magia e di alchimia. Quest'opera di decifrazione è condotta in gran segreto. Egli dà una grande importanza all'antichità delle fonti: più si risale nel passato, alla tradizione dei saggi egizi, caldei ed ebrei, più si hanno probabilità di risalire a quell'antica saggezza che si è andata corrompendo dal IV secolo dopo Cristo.



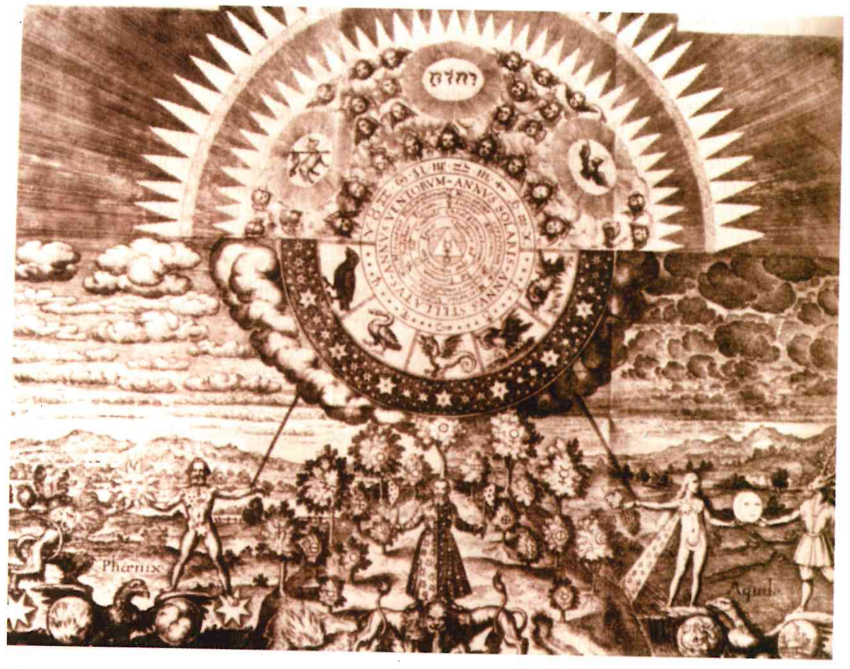
*Disegni delle fornaci del laboratorio alchemico di Newton.*



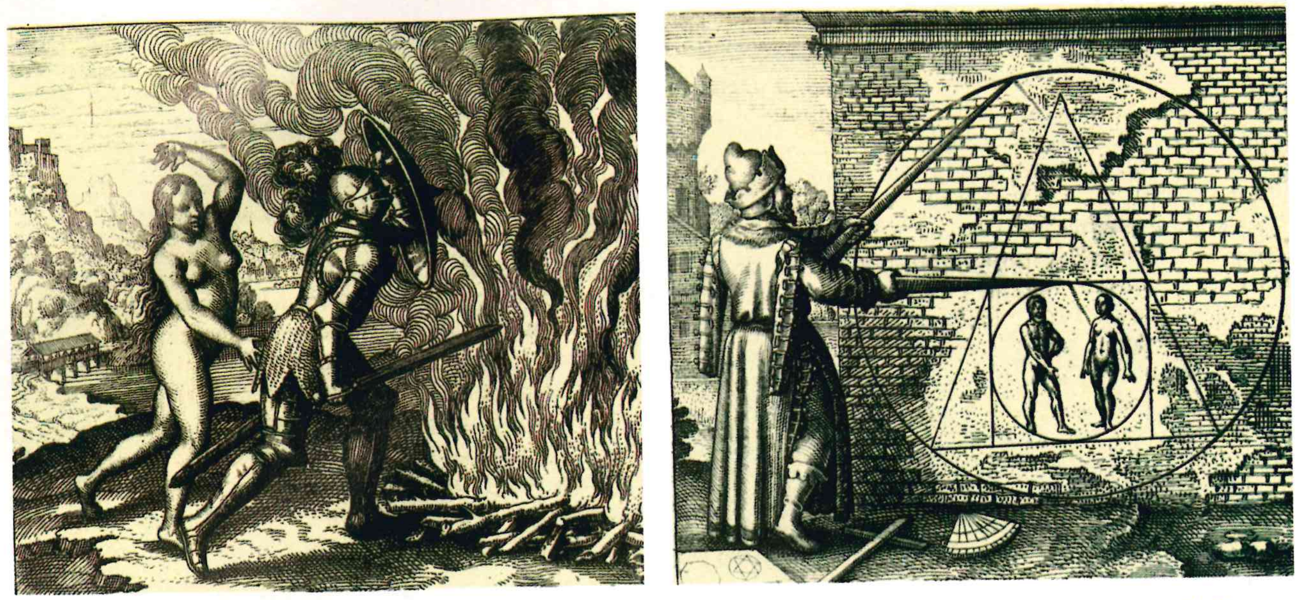
Negli anni '70 Newton comincia ad occuparsi di due altri soggetti: la cronologia e l'interpretazione della Bibbia (in particolare del *Libro di Daniele* e dell'*Apocalisse*). Come la Natura offre allo sguardo indagatore dell'alchimista la traccia dell'intervento finalizzante e ordinatore di Dio, così la Storia rivela il Suo intervento provvidenziale. Diviene così importante trovare una corrispondenza fra gli eventi storici e le profezie bibliche. La Bibbia appare a Newton un testo scritto in un codice che va decifrato, come i testi della tradizione ermetica. Nella sua mente si fa sempre più chiara l'idea che l'Anticristo sia la Chiesa Cattolica e che un momento importante nel processo di corruzione della religione vera e originale, rivelata da Dio a Noè, sia il Concilio di Nicea del IV secolo d. C. Il dogma trinitario ivi affermato, contro Ario che riteneva la figura del Cristo inferiore all'unico Dio, è una grave forma di idolatria. Newton diventa, e resta per tutta la vita, un convinto *ariano* (o, come si dice nell'Inghilterra del Settecento, un unitariano), ovvero un sostenitore della unicità di Dio. Anche in questo Newton non fa eccezione. Sono molti gli ariani in questo periodo in Inghilterra e saranno molti gli ariani fra i seguaci di Newton ai primi del Settecento. Sono inoltre numerosi i pensatori che si interrogano sul ritorno di Cristo sulla Terra: le guerre di religione che hanno diviso la Cristianità non preludono forse a una fase di riscoperta della pura religione primitiva? Lo sforzo di Newton e di molti suoi contemporanei è di riscoprire questa religione, evidentemente perduta da chi ha versato sangue in nome di Dio. Il filosofo della Natura



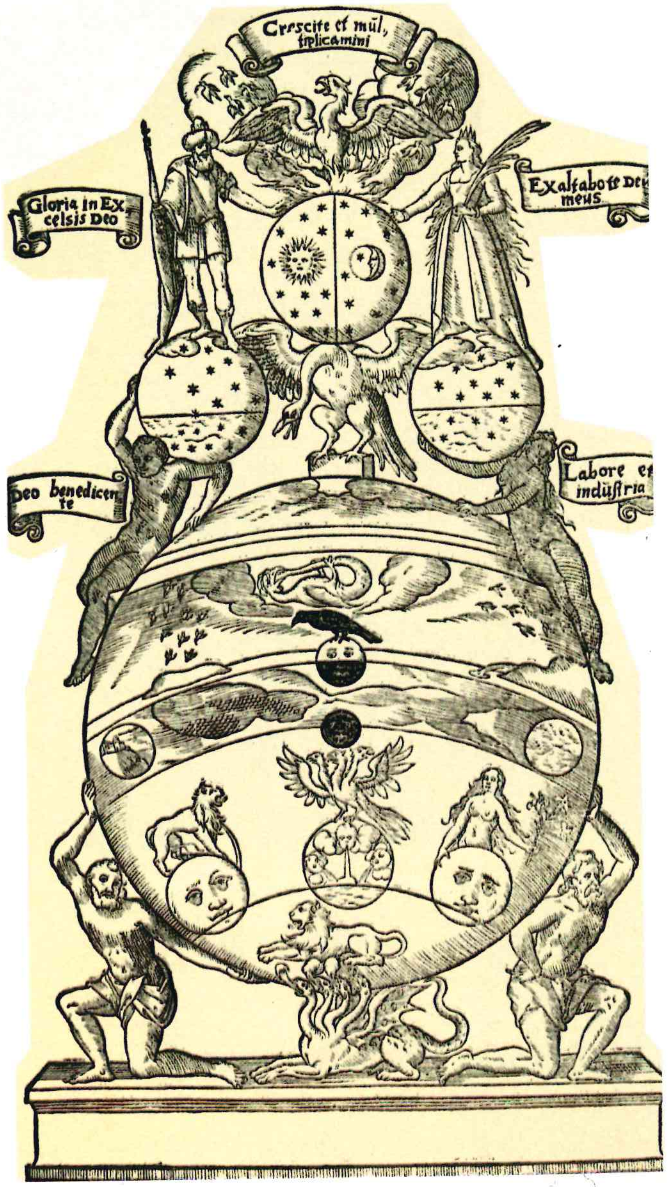

*A sinistra, un disegno di Newton ispirato a un soggetto allegorico contenuto nell'opera* Metamorphosis Planetarum, *di Joannes de Monte-Snyders; a destra, il modello originale.*



*Un'incisione contenuta nel libro* Museum hermeticum, *del 1625. In essa si fondono elementi simbolici tratti dalla tradizione cristiana, astrologica e alchemica.*



*Due allegorie tratte dall'opera alchemica* Atalanta fugiens, *di Michael Maier (1618). A sinistra, la Natura insegna alla Natura stessa come vincere le fiamme; a destra, la ricerca della pietra filosofale a partire dal principio maschile e femminile.*

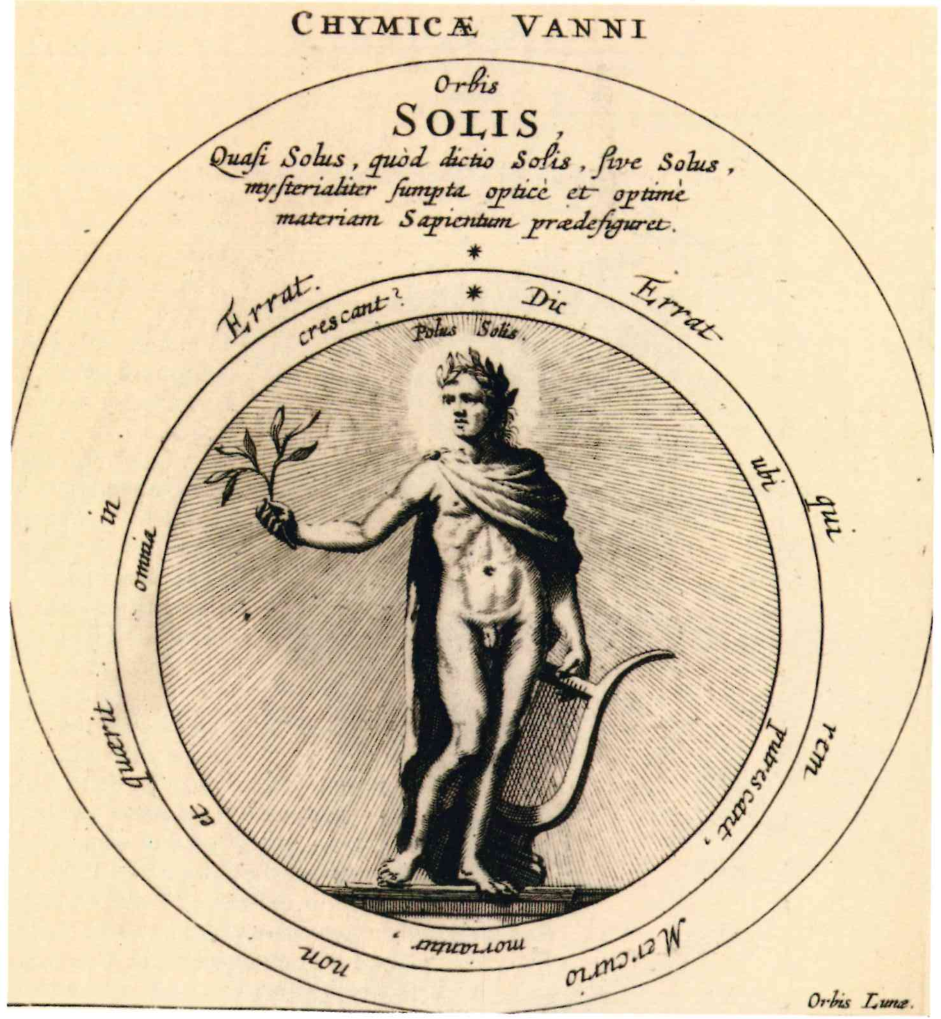



deve contribuire a questo rinnovamento andando alla ricerca della presenza di Dio nella Natura e nella Storia. L'approccio di Newton alla interpretazione delle profezie bibliche è vicino a quello adottato da Henry More e Joseph Mede, entrambi all'Università di Cambridge. Newton però guarda alla Bibbia con l'occhio del matematico. L'Antico e il Nuovo Testamento abbondano di simbologia numerologica. Per esempio, Newton cercherà di determinare il significato delle combinazioni numeriche associate alle dimensioni del Tempio di Salomone. Oppure cercherà di determinare una cronologia delle dinastie degli antichi regni sfruttando le sue conoscenze di astronomia (cercherà di determinare la data esatta del viaggio degli Argonauti - un fatto ritenuto come storicamente avvenuto! - in base al fenomeno della precessione degli equinozi).

L'adesione all'arianesimo, sia pur tenuta segreta, creerà a Newton non pochi problemi di coscienza. Dopo la sua elezione a *Fellow* del Trinity College, avvenuta nel 1667 al suo ritorno dal periodo di isolamento a Woolsthorpe, Newton si trova nella condizione di dover accettare entro sette anni l'ordinazione come membro della Chiesa anglicana. È questo un atto dovuto. Qualora Newton si rifiuti, perderebbe non solo la *fellowship,* ma anche la Cattedra Lucasiana di matematica ottenuta nel 1669. Dover aderire ufficialmente a una fede ritenuta sacrilega sarebbe inaccettabile per Newton. Ma a quanto pare, grazie a un suo potente protettore londinese, il Professore Lucasiano ottiene una dispensa reale dal prendere gli ordini. Ciò consente a Newton di rimanere a Cambridge. Più tardi però, divenuto un fedele servitore della Corona, Newton dovrà probabilmente venire a qualche compromesso con la Chiesa Anglicana.

*Una tavola tratta da* Alchymia *di Andreas Libavius (1606).*



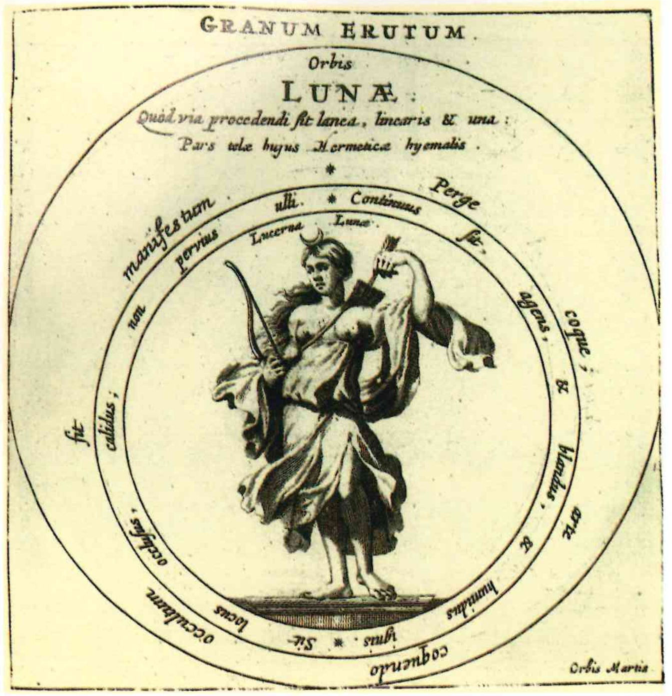



*Nell'opera* Chymica vannus, *di Joannes de Monte-Snyders (1666), si ritrova una rappresentazione alchemica e al tempo stesso mutuata dall'antica mitologia del Sole, della Luna e dei pianeti conosciuti. In questa e nelle pagine a seguire vediamo il corteo di questi «personaggi». Qui il Sole, lume del Sapiente, anche identificato con la pietra filosofale.*

Ma quale idea della storia dell'umanità si è fatto Newton nel corso dei suoi approfonditi studi biblici? Egli è convinto che Dio abbia rivelato ai patriarchi e ai profeti, come Mosè, Noè e Daniele, un insieme di verità che riguardano non solo Dio e le sue relazioni col Creato, ma il Creato stesso. Gli antichi ebrei avrebbero posseduto conoscenze astronomiche e fisiche che Newton cerca di recuperare nella sua attività di filosofo della natura. In uno scritto degli anni '80, intitolato *Le origini filosofiche della filosofia dei gentili*, egli associa esplicitamente l'idolatria, la Chiesa cattolica e l'adorazione di falsi re con una filosofia naturale geocentrica. A Noè e ai suoi figli era già stata rivelata da Dio la cosmologia eliocentrica che Copernico riscoprirà molte generazioni dopo. Ma questa saggezza si era persa a causa di falsi interpreti.

In questo contesto diventa importante per Newton riscrivere la cronologia della storia antica. Il suo obiettivo è ristabilire la priorità cronologica della tradizione ebraica e confutare quelle che egli ritiene delle false cronologie. False cronologie degli antichi regni che vorrebbero la civiltà ebraica posteriore a quelle egizie e mesopotamiche. La priorità cronologica spetta invece alla tradizione mosaica: è a Noè e Mosè che Dio ha rivelato la vera struttura del mondo. Newton sposa inoltre il mito secondo il quale Pitagora riceve gli elementi di questa sapienza da Mosco il Fenicio. Secondo questa tradizione, sostenuta anche da Ralph Cudworth, «Mosco» non sarebbe che un altro nome per «Mosè». Nella tradizione pitagorica vivrebbero quindi ancora alcuni elementi dell'antica sapienza: l'eliocentrismo e la cosmologia del vuoto e degli atomi. Negli anni '90, dopo la composizione dei *Principia,* Newton arriverà ad attribuire agli antichi saggi, istruiti dagli Ebrei, la conoscenza delle leggi di ottica e di meccanica celeste che egli avrebbe semplicemente *riscoperto*. In altri manoscritti che Newton non pubblicherà, ma che verranno inclusi nella prefazione agli *Elementi di astronomia fisica e geometrica* (1702) di David Gregory, si afferma che gli antichi erano a conoscenza del fatto che la gravitazione varia con l'inverso del quadrato della distanza.

La credenza in una saggezza originaria, in una *prisca sapientia*, è presente in molti contemporanei di Newton. Molti suoi allievi sposeranno questa tesi. D'altronde altri filosofi della natura dimostreranno un grande scetticismo nei confronti del mito della *prisca*. Si sa, per esempio, che Christiaan Huygens, fra i più grandi filosofi della natura della generazione successiva a quella di Galileo e precedente a quella di Newton, interroga-




*La Luna, simbolo della Prima Perfezione.*

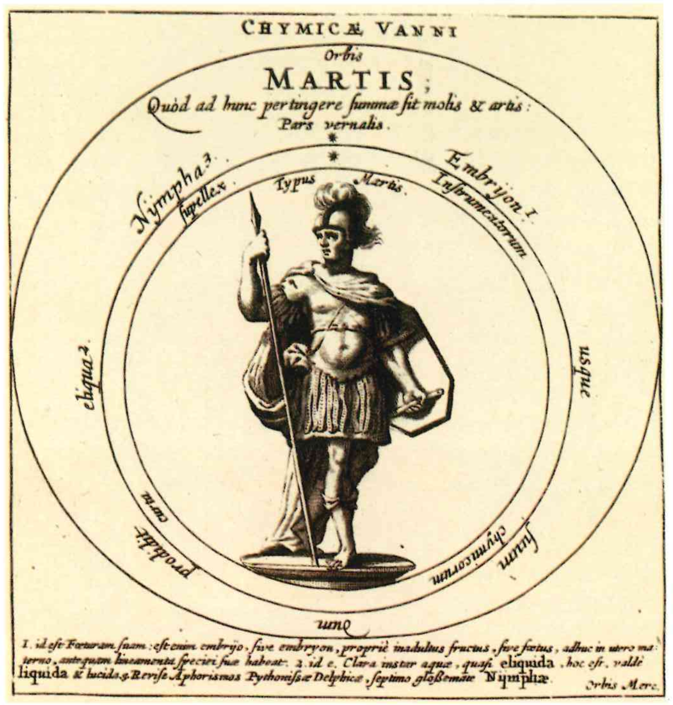
to da Fatio de Duillier, un giovane allievo di Newton, sulla questione, risponde con garbata incredulità. Egli non pensa che quanto Newton ha scoperto fosse a conoscenza degli antichi geometri e astronomi!

Dal punto di vista del nostro libro è interessante considerare un altro «mito» relativo agli Antichi che Newton coltiva negli anni '70. Si tratta del mito concernente le conoscenze matematiche degli antichi geometri.

Nel Cinquecento e Seicento vengono tradotte da manoscritti arabi e greci le opere matematiche dei grandi geometri dell'antichità. La «scoperta» del genio di matematici quali Archimede e Apollonio aveva avuto un enorme impatto sullo sviluppo della matematica europea. In particolare va segnalata la pubblicazione nel 1588 dei sette libri delle *Collectiones mathematicae*: una *summa*, compilata da Pappo nel IV secolo dopo Cristo, delle conoscenze geometriche raggiunte dalla scuola di Alessandria d'Egitto. Nel settimo libro Pappo accennava all'esistenza di un metodo utile alla «scoperta» dei teoremi. Questo metodo sarebbe stato noto ad Archimede e Apollonio e avrebbe permesso loro di estendere le conoscenze geometriche. Il metodo della scoperta, detto anche «metodo dell'analisi» o della «risoluzione», non risultava però nelle opere pubblicate. I teoremi, secondo quanto era dato capire dall'opera di Pappo, dopo essere stati «scoperti», venivano «dimostrati» seguendo un altro metodo, detto della «sintesi» o della «composizione». Questo secondo metodo era più rigoroso ed era quindi preferito nella presentazione pubblica dei risultati. Archimede ed Apollonio avrebbero però posseduto un metodo non pubblico, meno rigoroso, ma più adatto all'«arte dell'invenzione». Gli accenni di Pappo al metodo dell'analisi avevano messo una gigantesca pulce nell'orecchio di tutti i matematici europei della fine del Cinquecento. Le scoperte dei matematici di Alessandria e della Magna Grecia erano state accolte come una manifestazione della superiorità della cultura greca. Quella superiorità che gli umanisti avevano già imparato a riconoscere nelle opere letterarie, filosofiche e artistiche della civiltà di Omero, dei tragici e lirici, di Fidia e Prassitele. Che cosa aveva consentito ai geometri greci di conseguire quei risultati? In molti si erano cimentati nell'impresa di riscoprire, o «divinare» come spesso si diceva, il metodo della scoperta degli «Antichi». In effetti esiste sempre una grande differenza fra le modalità con cui un teorema viene scoperto, modalità che constano di tentativi, errori e loro correzioni, e la forma in cui il teorema viene presentato. Sarà alla fine dell'Ottocento che il filologo danese Heiberg rinverrà, in un palinsesto bizantino, uno scritto di Archimede - intitolato *Il metodo* - in cui, appunto, si davano direttive sull'arte della scoperta. Ma i matematici contemporanei di Newton hanno in mano solo gli accenni di Pappo e si dedicano a un esercizio da *detective*. Cercano cioè di vedere il metodo della «risoluzione» dietro le righe delle dimostrazioni per «composizione» di Archimede e Apollonio e degli altri geometri greci.

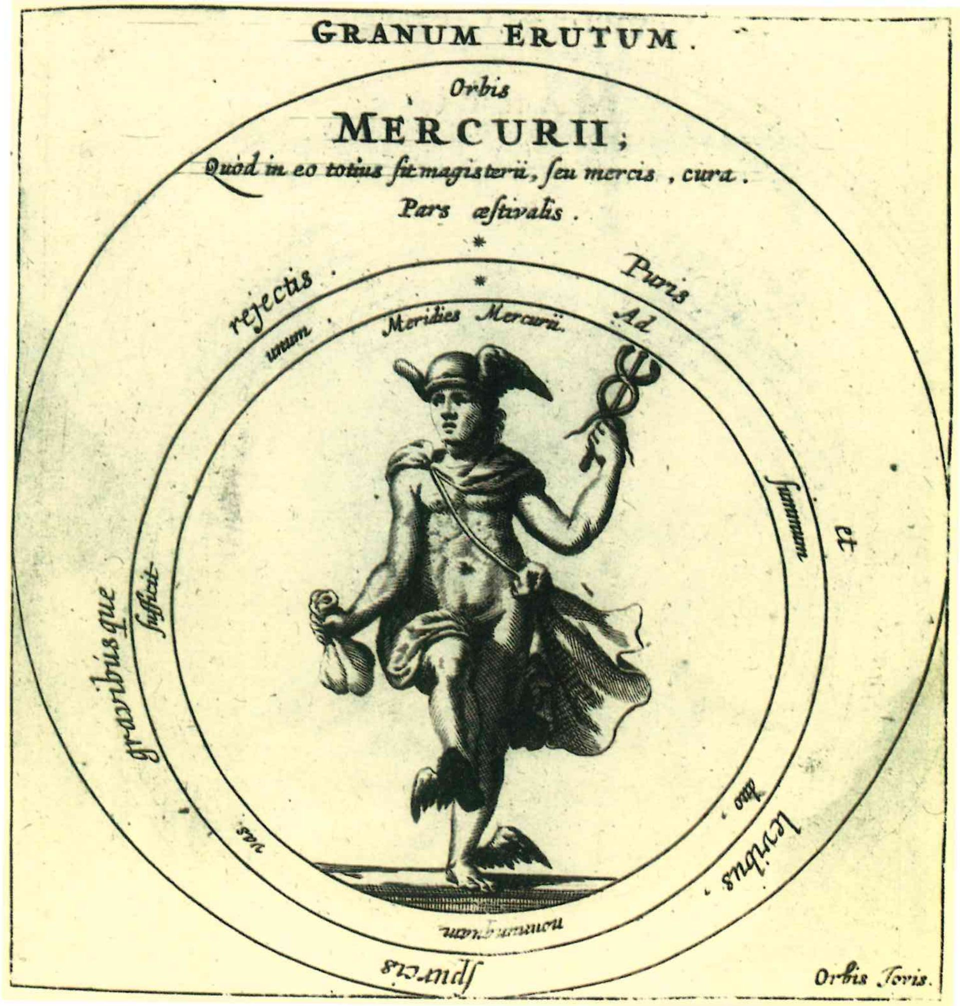
Non tutti dimostrano una simile riverenza per gli Antichi. Cartesio riteneva di aver pubblicato con la sua *Géométrie* del 1637 un metodo della scoperta superiore a quello degli Antichi. Proprio nella *Géométrie* veniva proposta la soluzione di un problema enunciato nelle *Collectiones* di Pappo e che, secondo Cartesio, né Apollonio, né Archimede erano riusciti a risolvere. Il «problema di Pappo», detto anche «problema delle quattro linee», viene ridotto da Cartesio alla soluzione di un sistema di equazioni algebriche. Era l'applicazione dell'algebra alla geometria, propugnata da Cartesio, il nuovo metodo della scoperta che garantiva, secondo il filosofo francese, la superiorità dei Moderni sugli Antichi. Non importava dunque andare alla ricerca del metodo nascosto cui alludeva Pappo: Cartesio riteneva di aver aperto una strada nuova e più efficace.

*Marte, simbolo della «fissità» dello zolfo.*







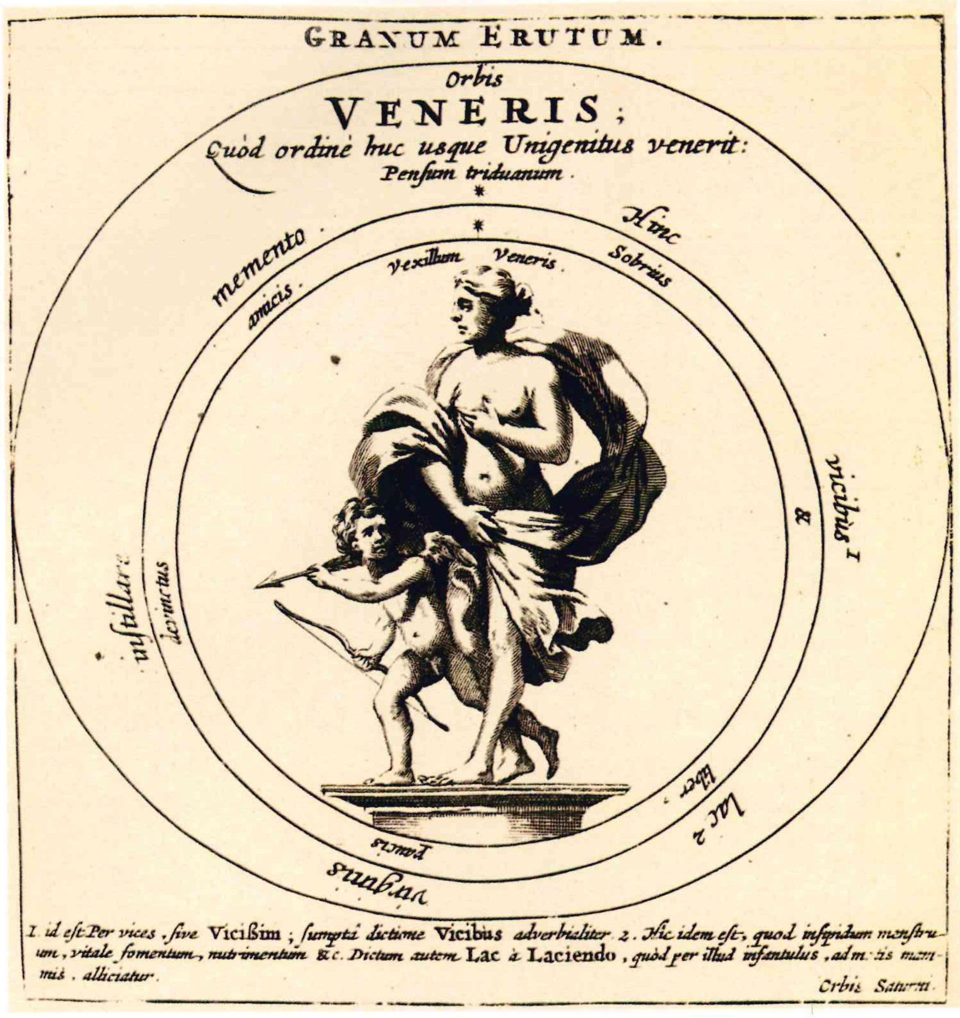

*Mercurio, principio della Volatilità e simbolo della Sublimazione.*

Come sappiamo, negli anni '70 Newton rifiuta la filosofia meccanicista cartesiana, ritenendola fonte di conseguenze teologicamente errate. Inoltre Newton si convince che la vera filosofia naturale non sia da cercare nelle opere dei suoi contemporanei, ma piuttosto nelle opere della antica tradizione alchemica e nei libri sacri. L'anticartesianesimo di Newton si esprime anche nella matematica. Egli a più riprese, dagli anni '70 in poi, esprimerà la sua presa di distanza dalla «nuova analisi» cartesiana. Per esempio, riferendosi alla soluzione del problema di Pappo data da Cartesio, scrive:

> *In verità il metodo degli Antichi è molto più elegante rispetto a quello cartesiano. Perché Cartesio ha raggiunto i suoi risultati per mezzo di un calcolo algebrico che, se trasposto in parole (seguendo la pratica degli Antichi nei loro scritti), si dimostrerebbe così tedioso e intricato da provocare la nausea. Ma essi raggiungevano [i risultati] per mezzo di alcune semplici proposizioni, giudicando che niente scritto in uno stile differente fosse degno di essere pubblicato, e di conseguenza nascondevano l'analisi per mezzo della quale avevano trovato le loro costruzioni.*

In queste righe c'è un po' tutto Newton: l'ammirazione per gli «Antichi», il rifiuto di Cartesio, la convinzione che esista un'analisi «nascosta».

Newton si concentra proprio sul problema di Pappo: è impossibile - afferma - che Apollonio non ne potesse dare una soluzione, come pretendeva Cartesio. La soluzione geometrica (non algebrica, come quella della *Géométrie*) cui Newton perviene è geniale: anticipa molte idee di geometria proiettiva. Per noi Newton ha anticipato risultati che verranno codificati nell'Ottocento. Ma Newton ritiene di aver *riscoperto* la soluzione dei geometri classici. Questa soluzione egli la pubblicherà nella Sezione 5 del Libro primo dei *Principia* aggiungendo che la sua dimostrazione è condotta «per mezzo della composizione




*Venere, antitesi di ciò a cui tende il Sapiente, accompagnata dal figlio Eros, emblema del Fuoco Segreto.*

geometrica, come richiedevano gli Antichi».

Newton è consapevole di andare contro corrente. In effetti, nella prima metà del Seicento, il numero di coloro che coltivano i nuovi metodi introdotti da Cartesio, Fermat, Pascal, Cavalieri, Torricelli, Wallis è in continuo aumento. I difensori dei metodi rigorosi degli antichi geometri, come l'allievo di Galileo Vincenzo Viviani, appaiono perdenti. Ma Newton afferma che «se gli uomini dei tempi recenti» hanno abbandonato il «metodo sintetico degli Antichi» tanto peggio per loro: «Se l'autorità dei nuovi Geometri è contro di noi, ciò non di meno è più grande l'autorità degli Antichi». Secondo la testimonianza del suo allievo Henry Pemberton: «Sir Isaac si professava un grande ammiratore del gusto e della forma di dimostrazione degli Antichi. Io l'ho anche sentito censurare se stesso per non seguirli ancora più da vicino, e gli ho sentito affermare con rincrescimento di essersi applicato all'inizio dei suoi studi alle opere di Des Cartes [Cartesio] e altri scrittori algebrici».

Così Newton dopo aver costruito le sue prime sensazionali scoperte matematiche a partire dai testi *à la page* di Cartesio e di Wallis, rifiuta quei metodi che egli etichetta come «nuova analisi». La presa di distanza di Newton dalle sue scoperte giovanili è un fenomeno realmente spettacolare, uguagliato solo dal rifiuto di Einstein di quella teoria quantistica che lo scienziato tedesco aveva contribuito a fondare. Newton aveva in mano una teoria, il metodo delle flussioni, equivalente al calcolo differenziale e integrale che Leibniz pubblicherà quasi due decenni più tardi. Aveva in mano una delle più grandi scoperte matematiche del Seicento. Ma da questo «stile» egli prende le distanze e non lo pubblica. Il calcolo delle flussioni verrà infatti pubblicato, come vedremo nel capitolo 4, solo nel 1704.

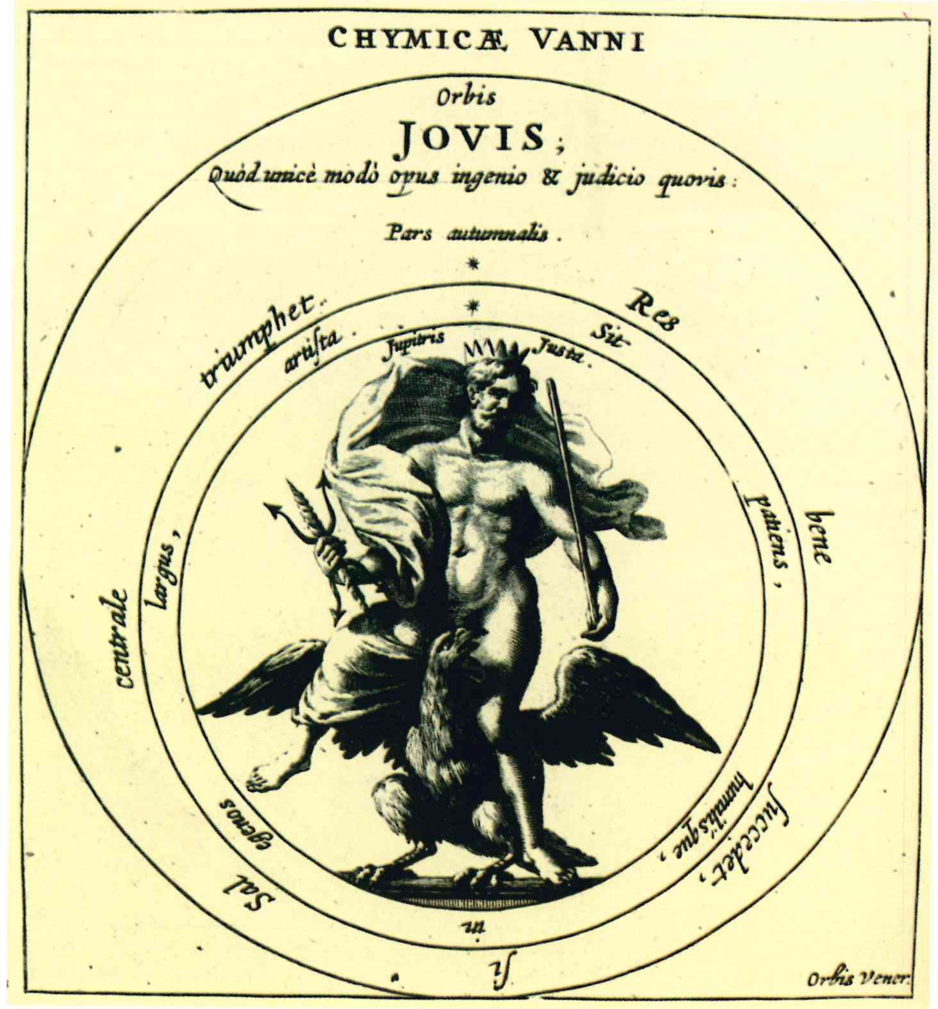
La svolta metodologica degli anni '70 ha probabilmente contribuito a indurre Newton alla non pubblicazione di un metodo simbolico che egli riteneva inferiore a quello geometrico degli Antichi. Newton rivelerà qualcosa del metodo delle serie e delle flussioni ai pochi amici che lo andavano a trovare, quasi in pellegrinaggio, a Cambridge. In una lettera a Leibniz del 1676 esporrà il contenuto del teorema fondamentale… ma lo farà celandolo dietro un anagramma indecifrabile! Infine si noti che Newton nel non pubblicare il metodo delle flussioni si comportava come quei geometri dell'antichità che avrebbero tenuta «nascosta» la loro analisi. La reticenza e la segretezza nei confronti del suo metodo giovanile è un atteggiamento per noi sconcertante ma, per Newton, consono alle strategie di pubblicazione degli antichi geometri. È probabile che nella mente di Newton i geometri di Alessandria e di





Siracusa fossero equiparati a quei saggi, come Mosco, Pitagora e Numa Pompilio, che sarebbero stati in possesso di elementi della incorrotta vera religione e vera filosofia naturale. La matematica ha spesso avuto una connotazione mistica. Nei testi di alchimia e nei libri della Bibbia Newton va alla ricerca di una conoscenza perduta e rivelata solo agli iniziati. Analogamente, studiando i libri delle *Collectiones* di Pappo, Newton cerca di «divinare» il metodo nascosto degli antichi.

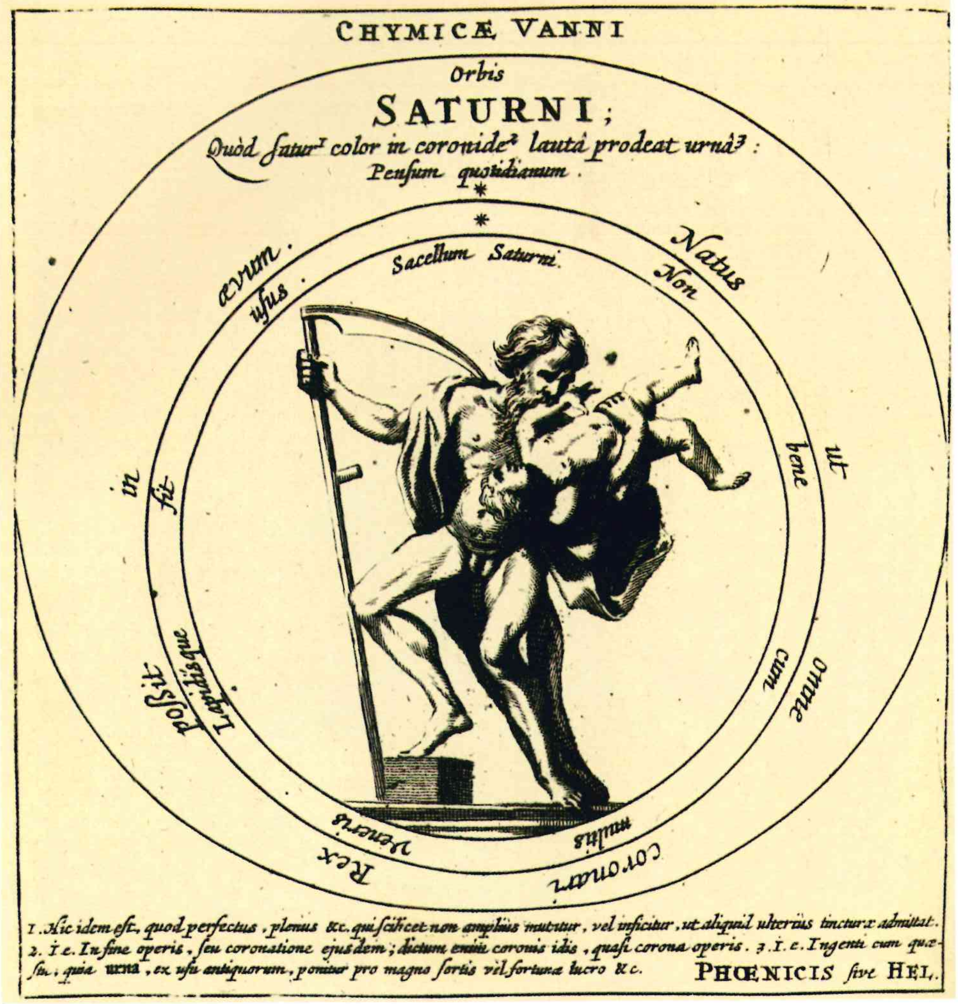
Per quanto riguarda le ricerche matematiche, Newton si dedica negli anni '70, '80 e '90 a studi di geometria, che, come si diceva sopra, benché intesi da lui come una riscoperta, sono molto innovativi. Sarebbe però eccessivo dire che egli abbandona completamente l'algebra e il calcolo delle flussioni. Per quanto concerne l'algebra, nel 1683 Newton deposita presso la biblioteca del Trinity College il testo delle sue lezioni lucasiane. Queste lezioni verranno pubblicate nel 1707 in un volume, intitolato *Arithmetica Universalis*, dedicato alla teoria delle equazioni algebriche. Si noti però che questo testo, dal carattere decisamente simbolico, si conclude con un'appendice dove le simpatie dell'autore per la geometria sono espresse eloquentemente:




*Giove, con la sua aquila, combina la Fissazione del Volatile (ha un piede appoggiato a terra) e la Volatilizzazione del Fisso (espressa dal piede sollevato).*

> *Le equazioni sono l'espressione del calcolo aritmetico e propriamente non hanno posto in geometria […] Le moltiplicazioni, le divisioni e altri calcoli del genere sono stati recentemente introdotti in geometria, avventatamente e contro i primi principi di quella scienza […] Quindi queste due scienze [l'aritmetica e la geometria] non dovrebbero essere confuse. Gli Antichi le tenevano distinte con tanta attenzione da non introdurre mai termini aritmetici in geometria. Mentre i Moderni, confondendo l'una con l'altra, hanno perso la semplicità in cui consiste tutta l'eleganza della geometria.*

Anche il metodo delle flussioni occupa il Professore Lucasiano. Newton si dedica a una riscrittura del suo metodo giovanile in chiave geometrica. Egli distingue fra un metodo *analitico* e un metodo *sintetico* delle flussioni. Il primo è quel metodo simbolico, nel quale vengono impiegate quantità infinitamente piccole, e che abbiamo descritto precedentemente nel terzo capitolo. Il secondo viene abbozzato nel 1671 e sviluppato in un manoscritto composto attorno al 1680 e intitolato *Geometria curvilinea*. Nel metodo sintetico le fluenti non sono rappresentate da simboli algebrici: Newton si riferisce direttamente a figure geometriche. Queste figure non sono «statiche», ma devono essere




Saturno, o Crono, è raffigurato castrato. La sua azione (è nell'atto di divorare uno dei suoi figli) rappresenta la Notte della Dissoluzione.

concepite come generate da un «flusso continuo». Il problema centrale del metodo sintetico consiste nel determinare l'*ultimo rapporto fra le quantità evanescenti*. Vedremo qui sotto di che si tratta. Qui giova dire che gran parte delle idee sviluppate nella *Geometria curvilinea* verranno ripresentate nella Sezione 1 del Libro primo dei *Principia*, intitolata *Sul metodo dei primi e ultimi rapporti, per mezzo del quale tutto quanto segue è dimostrato*, cui ora ci volgiamo.

In questa prima sezione dei *Principia* leggiamo in primo luogo una chiara presa di distanza rispetto all'uso degli infinitesimi (un uso che aveva consentito a Newton nel periodo di isolamento a Woolsthorpe di fare passi da gigante):

> *Perciò se nel seguito mi capiterà di considerare le quantità come costituite da particelle determinate, o mi capiterà di prendere segmenti curvilinei come retti, vorrò significare non particelle indivisibili ma divisibili evanescenti, non somme e rapporti di parti determinate, ma sempre limiti di somme e rapporti; e la forza di tali dimostrazioni si richiamerà sempre al metodo dei lemmi precedenti.*

Newton basa il suo metodo sul seguente Lemma:

> *Le quantità, come anche i rapporti fra le quantità, che costantemente tendono all'eguaglianza in un qualsiasi tempo finito, e prima della fine di quel tempo si accostano l'una all'altra più di una qualsiasi differenza data, divengono infine uguali.*

La prova *ad absurdum* è la seguente:

> *Se si nega questo, da ultimo saranno diseguali, e D sarà la loro differenza ultima. Di conseguenza non potranno accostarsi all'uguaglianza più della differenza data D. Il che è contro l'ipotesi.*

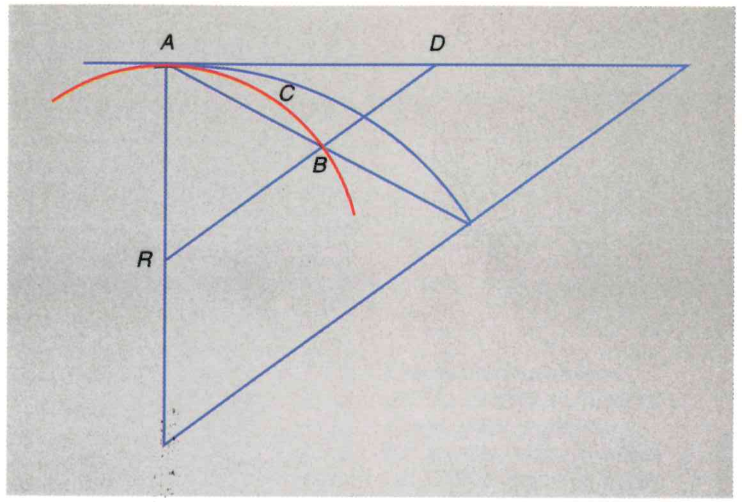
Tutto ciò può ricordare al lettore il metodo dei limiti di Cauchy che si studia nelle scuole ai nostri giorni. Occorre però fare molta attenzione a non proiettare nel passato le conoscenze di cui *oggi* siamo in possesso. La teoria newtoniana dei primi e ultimi rapporti è riferita a un modello geometrico piuttosto che a un modello numerico, come avviene in quella moderna dei limiti. Gli esempi che seguono chiariranno questo punto.

Un tipico problema che occorre nei *Principia* è la determinazione del limite a cui tende il rapporto fra due grandezze geometriche





*Questa figura geometrica, tratta dai* Principia *di Newton, illustra l'uguaglianza «quando* A *e* B *coincidono», fra arco* ACB, *tangente* AD *e corda* AB.

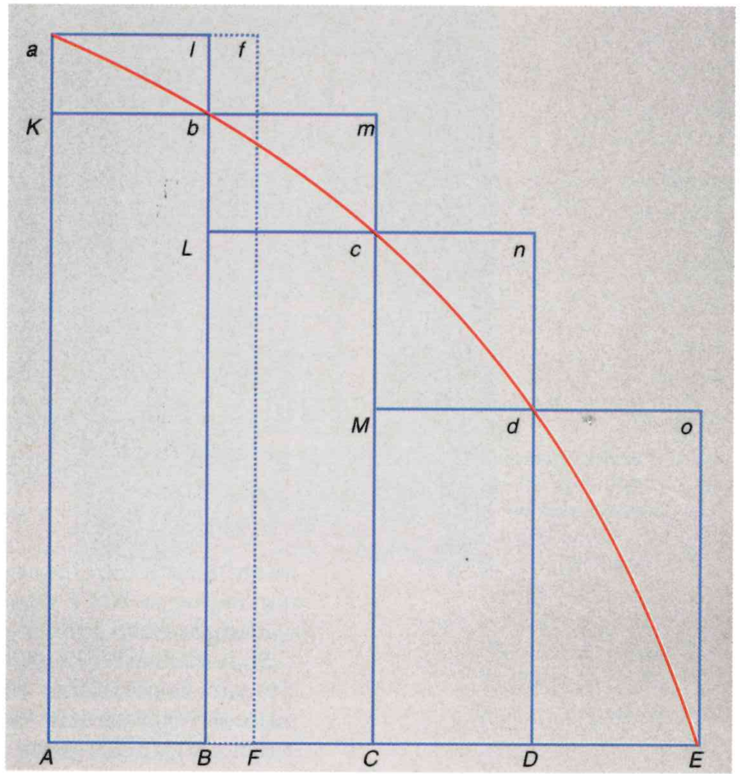



«fluenti» quando esse «svaniscono» simultaneamente (Newton usa l'espressione «il limite del rapporto fra due grandezze evanescenti»: da qui deriva la denominazione «metodo dei primi e ultimi rapporti»). Per esempio Newton mostra che:

> *L'ultimo rapporto formato fra due delle grandezze evanescenti seguenti, l'arco [ACB], la corda [AB] e la tangente [AD], è uguale ad 1.*

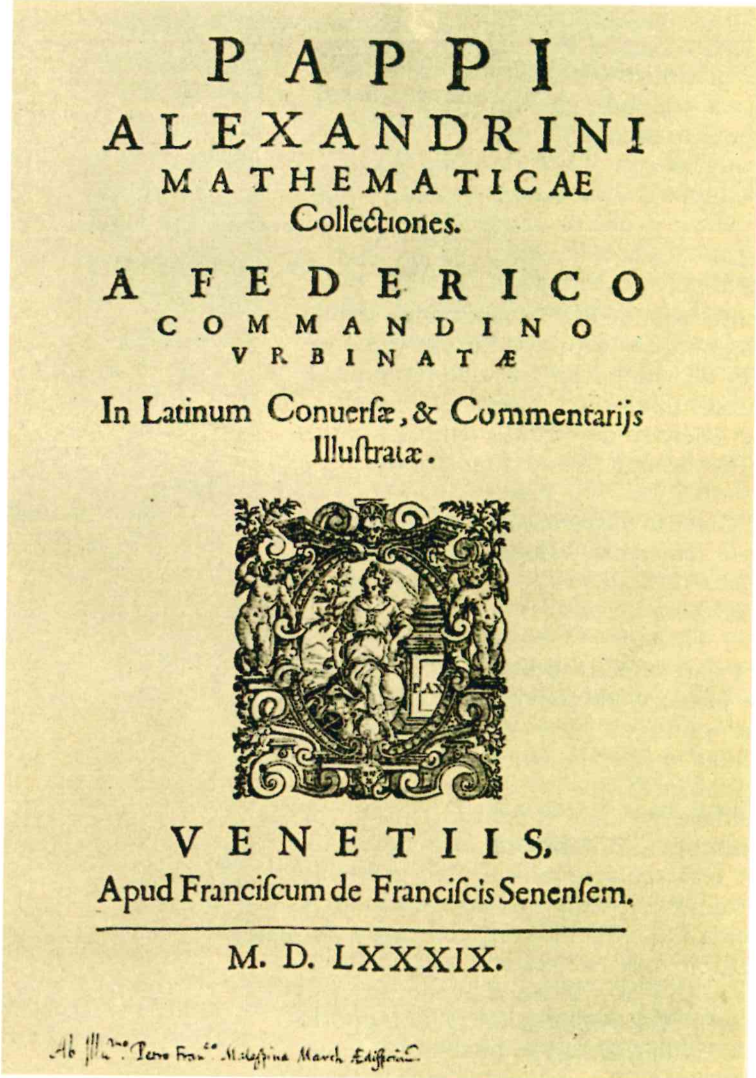
Per dare al lettore un'idea del metodo delle prime e ultime ragioni seguiamo a questo punto un po' in dettaglio la dimostrazione di questo enunciato. La dimostrazione presenta la seguente struttura. Consideriamo due «fluenti» $X$ e $Y$ che «svaniscono» contemporaneamente quando $A$ e $B$ «coincidono». Come possiamo determinare il rapporto $X/Y$ quando $A$ coincide con $B$ ? Newton costruisce due quantità $x$ e $y$ , che restano sempre finite, tali che $X/Y = x/y$. Se $B$ tende ad $A$, il rapporto $X/Y$ tende a $0/0$ (un rapporto indeterminato, dato che qualunque numero moltiplicato per zero dà zero). Ma il rapporto $x/y$ tende a un valore finito, che deve essere considerato il limite di $X/Y$ per $B$ che tende ad $A$. Nel nostro caso Newton procede come segue:

> *Infatti, mentre il punto B si avvicina al punto A , si supponga sempre che AB e AD siano prolungati fino ai punti lontani b e d, e si tracci bd parallela alla secante BD. Sia l'arco Acb sempre simile all'arco ACB. Quindi, supponendo che i punti A e B vengano a coincidere, si avrà [. . .] che l'angolo dAb svanirà; e allora le rette sempre finite Ab e Ad, e l'arco intermedio Acb, coincideranno, e quindi saranno uguali. Per la qual cosa le rette AB e AD, e l'arco intermedio ACB , sempre proporzionali ai precedenti svaniranno, e avranno come ultimo rapporto l'uguaglianza.*




*Un'altra illustrazione tratta dai* Principia*: l'«area curvilinea» mostrata come limite delle «aree rettilinee».*

In un altro Lemma della Sezione 1 Newton mostra che l'area curvilinea *AabcdE* (*si veda l'illustrazione a centro pagina*) può essere approssimata come limite delle aree rettilinee circoscritte *AalbmcndoE* e inscritte *AKbLcMdD*. Ciascuna area rettilinea consta di un numero finito di rettangoli dalle basi uguali *AB, BC, CD* eccetera. La dimostrazione è magistrale e la sua struttura è ancora mantenuta nei nostri libri di testo nella definizione dell'integrale di Riemann. Consiste nel mostrare che la differenza fra le aree delle figure circoscritte ed inscritte tende a zero, se il numero dei rettangoli è «aumentato all'infinito».


PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICAE
Collectiones.
A FEDERICO
COMMANDINO
VRBINATÆ
In Latinum Conuersæ, & Commentarijs
Illustratæ.
VENETIIS.
Apud Franciscum de Franciscis Senensem.
M. D. LXXXIX.

*Le* Collectiones *di Pappo edite nella traduzione di Federico Commandino (1589).*

Infatti questa differenza è uguale al rettangolo *ABla* che, *«in quanto la sua larghezza* AB *è supposta diminuita* in infinitum, *diventa minore di qualunque rettangolo dato».*

Si noti come nei due enunciati che abbiamo appena considerati Newton fornisca una dimostrazione di due assunzioni abitualmente poste dai fautori della «nuova analisi» (e dallo stesso Newton nei suoi scritti giovanili!). Si era soliti assumere che una curva potesse essere concepita come una poligonale con infiniti lati infinitamente piccoli e che un'area curvilinea potesse essere concepita come composta da un numero infinito di aree rettilinee infinitesime.

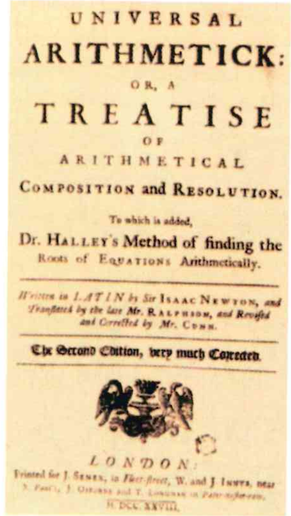
Secondo Newton il metodo delle prime e ultime ragioni (ovvero il metodo sintetico delle flussioni) fornisce una base rigorosa a queste assunzioni della «nuova analisi». Nella *Geometria curvilinea* e nei *Principia* le curve sono lisce, le aree curvilinee non sono risolte in elementi infinitesimi. Inoltre, nel metodo sintetico delle flussioni si lavora sempre con grandezze finite e con limiti di rapporti fra grandezze finite.

Avendo bandito gli infinitesimi dalle sue tecniche dimostrative in favore dei limiti, Newton deve giustificare i limiti stessi. In termini moderni egli dovrebbe fornire delle condizioni di esistenza e unicità. Newton, per rispondere a questa esigenza, ricorre alla intuizione geometrica e cinematica. Egli scrive:

*Si obietta che non esiste l'ultimo rapporto di quantità evanescenti, in quanto esso, prima che le quantità siano svanite non è l'ultimo, e allorché sono svanite non c'è affatto. Ma con lo stesso ragionamento si potrebbe giustamente sostenere che non esiste la velocità ultima di un corpo che giunga in un certo luogo, dove il moto finisce. La velocità, infatti, prima che un corpo giunga nel luogo non è l'ultima, e quando vi giunge non c'è. La risposta è facile: per velocità ultima si intende quella con la quale il corpo si muove, non prima di giungere al luogo ultimo nel quale il moto cessa, né dopo, ma proprio nel momento in cui vi giunge.*





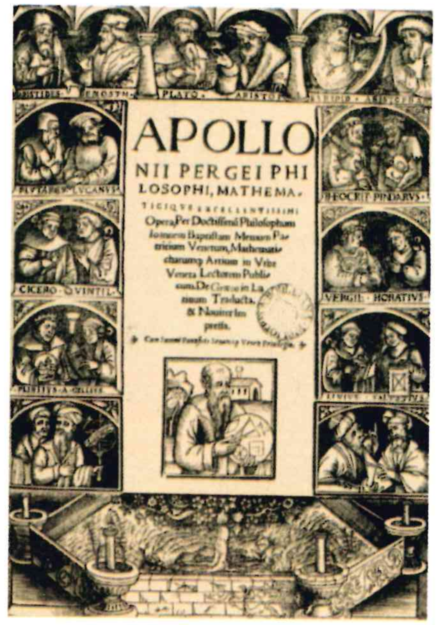

UNIVERSAL
ARITHMETICK:
OR, A
TREATISE
OF
ARITHMETICAL
COMPOSITION and RESOLUTION.
To which is added,
Dr. HALLEY's Method of finding the
Roots of EQUATIONS Arithmetically.
Written in LATIN by Sir ISAAC NEWTON, and
Translated by the late Mr. RALPHSON, and Revised
and Corrected by Mr. CUNN.
The Second Edition, very much Corrected.
LONDON:
M DCC XXVIII.

*Una traduzione inglese dell'*Arithmetica Universalis*. Quest'opera, pubblicata per la prima volta in latino nel 1707, contiene le lezioni di algebra di Newton.*

Le procedure di passaggio al limite sono così giustificate facendo riferimento alla nostra intuizione della continuità del moto. È evidente - dice Newton - che un «corpo» in moto possiede una velocità a ogni istante. Come ha senso parlare dell'ultima velocità di un corpo (quella posseduta nell'istante in cui il corpo si arresta) così ha senso parlare dell'ultimo rapporto posseduto dalle quantità fluenti nell'istante in cui svaniscono contemporaneamente.

Questa ultima citazione newtoniana ci consente di introdurre un altro tema di grande importanza: vale a dire il rilievo dato da Newton al fatto che nel metodo sintetico delle flussioni ci si riferisce a oggetti che hanno un'«esistenza». Abbiamo già insistito sul fatto che il metodo sintetico agli occhi di Newton appariva più consono ai metodi degli Antichi. Egli insisterà in più luoghi su questo concetto. Ma il metodo sintetico ha anche un altro vantaggio rispetto a quello analitico. Nella «nuova analisi» compaiono simboli a cui è arduo assegnare un significato oggettivo. La natura degli «infinitesimi» è incerta: sono grandezze diverse da zero ma che sommate a una grandezza finita non la modificano (si ricordi la regola di cancellazione degli infinitesimi esposta a pagina 23). Come vedremo nel prossimo capitolo, Newton insisterà molto sulla mancanza di significato della matematica dei «Moderni». Il metodo sintetico è invece ancorato alla interpretazione geometrica: vi è sempre un riferimento oggettivo. Le grandezze di cui si parla sono sempre grandezze geometriche che fluiscono con continuità: queste grandezze possono sempre essere esibite. Le procedure di passaggio al limite sono fondate sulla nostra intuizione del moto continuo, mentre le procedure di «cancellazione degli infinitesimi» ($x + dx = x$) sembrano più che altro dei trucchi da prestigiatore. Torneremo su questi temi. Per ora concludiamo con una significativa citazione. Nel caratterizzare il suo metodo sintetico Newton scriverà:

*Le genesi [delle grandezze fluenti] hanno un'esistenza in Geometria e in Rerum Natura.*




*Un'edizione cinquecentesca dell'opera di Apollonio.*

Vediamo qui sintetizzati due valori che guideranno Newton nella sua opera matematica dagli anni '70 in poi: garantire una continuità con la tradizione geometrica degli Antichi e garantire un riferimento oggettivo ai concetti e alle procedure utilizzate. I *Principia*, cui dedichiamo il prossimo capitolo, sono scritti appunto in questo stile matematico. Uno stile che Newton aveva sviluppato negli anni '70 e portato a compimento nella *Geometria curvilinea* del 1680. ❑