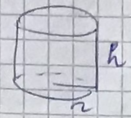
PROBLEMA CASO COMPETENTE : SCATOLA CARAMELLE

① V fissato → Superficie tot minima

S_{TOT} cilindro $= 2\pi r^2 + 2\pi r h$ con $r>0$, $h>0$



$V = \pi r^2 h \rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}$

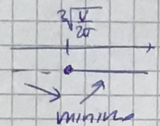
$$S_{TOT}(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r \frac{V}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$$

per trovare superficie minima studio la derivata $S'(r)$

$$S'(r) = 2\left(2\pi r - \frac{V}{r^2}\right) \geq 0$$

$\frac{2\pi r^3 - V}{r^2} \geq 0$ N≥0 $r \geq \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

D>0 $\forall r$



S_{TOT} minima se $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ esprimo V in funzione di r

$$h = \frac{V}{\pi} \cdot \left(\frac{2\pi}{V}\right)^{2/3} = \frac{V}{\pi} \sqrt[3]{\frac{4\pi^2}{V^2}} = \sqrt[3]{\frac{4\pi^2 \cdot V^3}{V^2 \pi^3}} = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$$

confronto h con raggio

$$\frac{h}{r} = \frac{\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}}{\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}} = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2\pi}{V}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$\Rightarrow h = 2r$

Cilindro di superficie minima ha altezza = diametro

② Rappresento funzione $S_{TOT}(r) = 2\pi r + \frac{2V}{r}$, con $V>0$, $r>0$

D: $r \neq 0$ prendo in considerazione $r \in (0,+\infty)$ perché $r<0$ non ha significato

$$S_{TOT}(r) = \frac{2\pi r^2 + 2V}{r}$$

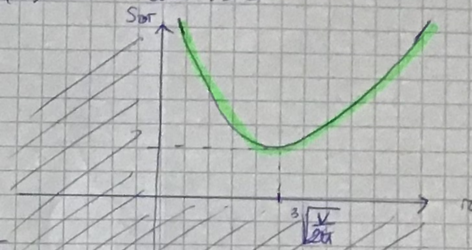
∩ con assi: non ce ne sono perché $r>0$ e $S_{TOT}(r)$ e' somma di quantità positive

segno $S_{TOT}(r)$: $S_{TOT}(r) > 0$ con $r>0$

derivata $S'_{TOT}(r) = \frac{2\pi r^3 - V}{r^2}$

ha min in $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

$$S\left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right) = 2\pi \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} + 2V\sqrt[3]{\frac{2\pi}{V}}$$



limiti: $S_{TOT}(r)$

$\lim_{r \to 0^+} S(r) = 0^+ + \infty = +\infty$

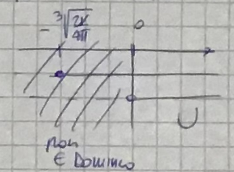
$\lim_{r \to +\infty} S_{TOT}(r) = +\infty + 0 = +\infty$

concavità:

$$S''_{TOT}(r) = 4\pi - V\left(-\frac{2}{r^3}\right) = 4\pi + \frac{2V}{r^3} = \frac{4\pi r^3 + 2V}{r^3}$$

$S''_{TOT}(r) \geq 0$ $r^3 \geq -\sqrt[3]{\frac{2V}{4\pi}}$

$r^3 > 0$



concavità rivolta verso l'alto

③ Costo scatola con $r = 10\,cm = 0,1\,m$

carta 2,70 €/m²

Costo 1 scatola = Superficie totale · prezzo carta €/m² $= 2{,}70\left[2\pi(0{,}1m)^2 + 2\pi r \cdot 2r\right] =$

$= 2{,}7\left[2\pi(0{,}1)^2 + 4\pi(0{,}10)^2\right] =$

$2{,}7\left[6\pi(0{,}1)^2\right]$ $2{,}7[0{,}188] \cong 0{,}508$ €

Approssima risultato a 1 sola cifra decimale

Se produco x pezzi al giorno Costo giornaliero scatole $(x) = 0{,}5\,x$

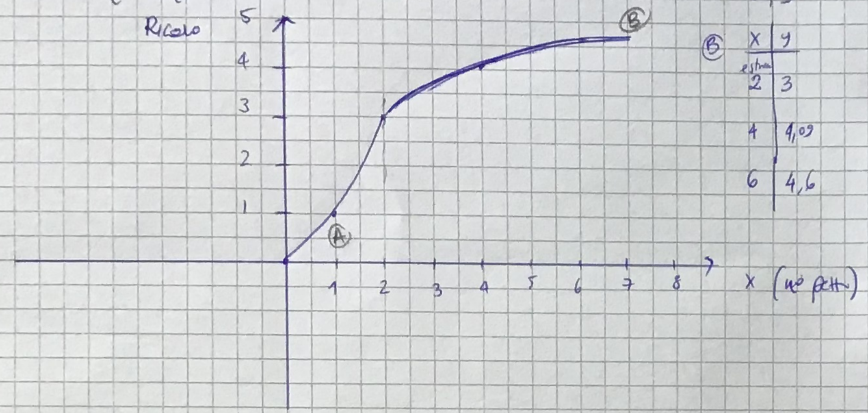
Costo giornaliero azienda $C(x) = 0{,}5 \cdot x + 1{,}5$

$= \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$

④ Rappresenta la funzione ricavo

$$R(x)=\begin{cases} 2^x-1 & 0<x\leq 2 \quad Ⓐ \\ \ln(x-1)+3 & x>2 \quad Ⓑ \end{cases}$$

Ricavo



Ⓐ

x	y
0	0
1	1
2	3

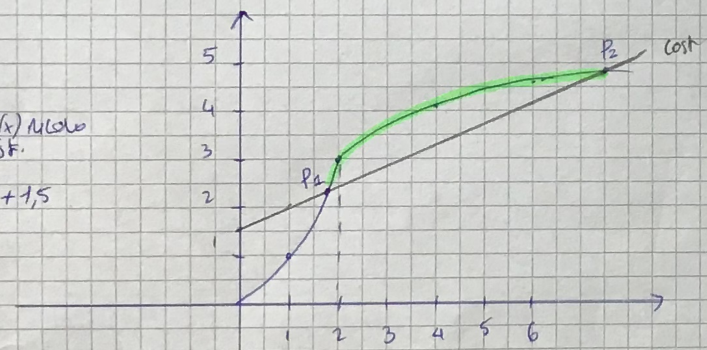
Ⓑ

x	y
estremo 2	3
4	4,09
6	4,6

⑤ n° pezzi che azienda deve produrre e vendere giornalmente per avere guadagno positivo (graficamente)

Rappresento f(x) ricavo e f(x) cost.

$C(x) = 0,5x + 1,5$



Per avere guadagno funzione ricavo deve essere > funzione costo

$2^x-1 \geq \frac{x}{2}+\frac{3}{2}$ Confronto GRAFICO

x	R(x)	C(x)
1	1	2
2	3	2,5

⇒ intersezione per $1<x<2$

poiché $x \in \mathbb{N}$ la ditta deve produrre e vendere almeno 2 scatole al giorno

⑥ Studio funzione ricavo in $x=2$ 16,30

$\lim_{x\to 2^-} R(x) = 2^{2^-}-1 = 3^-$

$\lim_{x\to 2^+} R(x) = \ln(2^+-1)+3 = 3^+$

⇒ $R(x)$ è continua in $x=2$

Osservando il grafico vedo che derivata sx e derivata dx di $R(x)$ in $x=2$ saranno ≠.

⇒ $x=2$ è un punto angoloso